F 1503/4

# BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXV (XXIX)

Fasc. 1—2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1979

# BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXV (XXIX)

Fasc. 1 – 2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1979

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, Prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER, prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Conf. dr. ing. PAUL MATEI
Prof. dr. ing. DAVID PERETZ
Prof. dr. ing. C. PICOȘ

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Asist. ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXV (XXIX), Fasc. 1—2 1979

Secţia IV

# MECANICĂ TEHNICĂ

## SUMAR

Pag.

DO SANH (R.S. Vietnam), Asupra problemei forţelor care depind de acceleraţii (engl., rez. rom.) . . . . . 9

ALFRED BRAIER, ANETA BRAIER, M. STANCU şi MARIA VIAŞU, Utilizarea mijloacelor geometriei decriptive în cinematica rigidului (III) (rom., rez. franc.) . . . . . 13

ELISABETA RUSU, Deformaţii termoelastice mici suprapuse peste deformaţii termoelastice finite într-un tub cilindric (engl., rez. rom.) . . . . . 19

SILVIA G. NEAGU, Asupra existenţei şi unicităţii soluţiilor în teoria neliniară a solidului elastic dipolar simplu (engl., rez. rom.) . . . . . 27

ŞT. ZANFIR şi I. TUTUNEA, Combustia subterană într-un mediu poros prevăzut cu o intercalaţie impermeabilă (rom., rez. engl.) . . . . . 33

V. MERTICARU, Eroarea de formă a profilului dintelui ca factor perturbator în dinamica mecanismelor cu roţi dinţate (engl., rez. rom.) . . . . . 39

SPIRIDON S. CREŢU şi OVIDIU S. CREŢU, Analiza numerică a stării de tensiuni remanente din contactul liniar elasto-plastic (engl., rez. rom.) . 47

N. BENCHEA, EMIL JUGUREANU şi C. ACKER, Solicitări statice în motorul liniar cu piston, prevăzut cu patine şi avînd cursa pistonului verticală (rom., rez. franc.) . . . . . 55

PAUL MATEI, M. RĂDULESCU şi LEONID CIOCAN, Cercetări privind hidrodinamica frînelor cu disc înclinat (rom., rez. germ.) . . . . . 63

RADU Z. TUDOSE, ANCA MOISE şi C. UNGUREANU, Optimizarea unor parametri constructivi ai melcilor maşinilor de extrudere (I) (rez., rez. engl.) 69

VITALIE BELOUS, Contribuţii la sinteza unghiurilor de degajare constructive optime (rom., rez. franc.) . . . . . 79

Pag.

D. ZETU, C. ȚARĂLUNGĂ și D. VEISA, Sistem pentru schimbarea automată a sculelor pe un centru de prelucrare (rom., rez. germ.) . . . . . 83

N. GHERGHEL, Eroarea admisibilă de strîngere — factor restrictiv în modelul matematic al regimului optim de așchiere la strunjirea semifabricatelor inelare prinse în mandrine cu fălci radiale glisante (rom., rez. engl.) . . . 89

N. GOJINEȚCHI, Relații generale de calcul al mecanismelor de strîngere cu pene (rom., rez. germ.) . . . . . 95

I. CONDREA, D. ZETU, GH. UNGUREANU și TITUS NESTOR, Asupra dinamicii sistemului hidraulic al unei mașini de rectificat role de laminor prin copiere (rom., rez. franc.) . . . . . 99

Prof. dr. ing. Gh. Cașler . . . . . 109

RECENZII . . . . . 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXV (XXIX), Fasc. 1—2 1979

Section IV

# APPLIED MECHANICS

## CONTENTS

Pp.

DO SANH (S.R. Vietnam), On the Problem of the Forces being a Function of Accelerations (English, Romanian summary) . . . . . 9

ALFRED BRAIER, ANETA BRAIER, M. STANCU et MARIA VIAȘU, Utilisation des procédés de la géométrie descriptive dans la cinématique du corps rigide (III) (Romanian, French summary) . . . . . 13

ELISABETA RUSU, Small Thermoelastic Deformation Superposed on Finite Thermoelastic Deformation in a Cylindrical Tube (English, Romanian summary) . . . . . 19

SILVIA G. NEAGU, On the Existence and Uniqueness of Solutions in the Nonlinear Theory of Simple Dipolar Elastic Solid (English, Romanian summary) . . . . . 27

ȘT. ZANFIR and I. TUTUNEA, Underground Combustion in the Porous Medium with an Impermeable Insertion (Romanian, English summary) . . 33

V. MERTICARU, Tooth Profile Error as Perturbing Factor in the Dynamics of Mechanisms with Gear Wheels (English, Romanian summary) . . . . . 39

SPIRIDON S. CREȚU and OVIDIU S. CREȚU, A Numerical Analysis of Residual Stress State in Elastic-Plastic Line Contact (English, Romanian summary) . . . . . 47

N. BENCHEA, EMIL JUGUREANU et C. ACKER, Sollicitations statiques dans le moteur linéaire à piston avec glisseurs et mouvement vertical du piston (Romanian, French summary) . . . . . 55

PAUL MATEI, M. RĂDULESCU und LEONID CIOCAN, Untersuchungen betreffend die Hydrodynamik der Bremsen mit Schrägscheibe (Romanian, German summary) . . . . . 63

RADU Z. TUDOSE, AURA MOISE and C. UNGUREANU, Optimization of Some Constructive Parameters of Extruding Machines Screws (I) (Romanian, English summary) . . . . . 69

| | Pp. |
|---|---|
| VITALIE BELOUS, Contributions à la synthèse optimale des angles constructifs d'attaque (Romanian, French summary) . . . . . | 79 |
| D. ZETU, C. ȚARĂLUNGĂ und D. VEISA, Die Entwicklung eines automatischen Werkzeugwechselsystems auf einem Bearbeitungzentrum (Romanian, German summayr) . . . . . | 83 |
| N. GHERGHEL, A New Restrictive Relation in the Mathematical Model for Optimizing the Chipping Regime during the Turning of Annular Semiducts in Chucks (Romanian, English summary) . . . . . | 89 |
| N. GOJINEȚCHI, Allgemeine Beziehungen für die Berechnung Keilmechanismen der Spannvorrichtungen (Romanian, German summary) . . . . . | 95 |
| I. CONDREA, D. ZETU, GH. UNGUREANU et TITUS NESTOR, Sur la dynamique du système hydraulique d'une machine à rectifier des rouproleaux pour cages de laminoir (Romanian, French summary) . . . . | 99 |
| Professor Dr. Eng. Gh. Cașler . . . . . | 109 |
| BOOK REVIEWS . . . . . | 111 |

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Том XXV (XXIX), Вып. 1—2 1979 г.

Секция IV

# ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

## СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ДО САНХ (Д. Р. Вьетнам), К вопросу о силах, зависящих от ускорения (англ., рез. рум.) . . . . . 9

АЛФРЕД БРАИЕР, АНЕТА БРАИЕР, М. СТАНКУ и МАРИЯ ВИАШУ, Применение методов начертательной геометрии в кинематике твердого тела (III) (рум., рез. франц.) . . . . . 13

ЭЛИСАБЕТА РУСУ, Малые термоэластические деформации наложенные на конечные термоэластические деформации в цилиндрической трубке (англ., рез. рум.) . . . . . 19

СИЛВИЯ Г. НЯГУ, О существование и эдинствености решения в нелинеиной теории простого диполярного эластического тела (англ., рез. рум.) . . . . . 27

ШТ. ЗАНФИР и И. ТУТУНЯ, Подземный горение в пористои среде с непроницаемым вводом (рум., рез. англ.). . . . . 33

В. МЕРТИКАРУ, Погрешность формы профиля зуба—возмущенный фактор в динамике механизмов с зубчатыми колесами (англ., рез. рум.) 39

СПИРИДОН С. КРЕЦУ и ОВИДЮ С. КРЕЦУ, Численыи анализ состояния остаточного напражения в линеином эласто-пластическом контакте (англ., рез. рум.) . . . . . 47

Н. БЕНКЯ, ЭМИЛ ЖУГУРЯНУ и К. АКЕР, Замечания касательных статических своиств поршневых линеиных двигателях (рум., рез. франц.) . . . . . 55

ПАУЛ МАТЕИ, М. РЭДУЛЕСКУ и ЛЕОНИД ЧИОКАН, Исследование гидравлических тормозов с наклоном диске (рум., рез. нем.) . 63

РАДУ З. ТУДОСЕ, АНКА МОИСЕ и К. УНГУРЯНУ, Оптимизация некоторых конструктивных параметров экструзионных шнековых машин (I) (рум., рез. англ.) . . . . . 69

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Оптимальныи синтез конструктивных углов отвода стружки (рум., рез. франц.) . . . . . 79

Д. ЗЕТУ, К. ЦАРЭЛУНГЭ и Д. ВЕИСА, Система автоматического изменения инструмента в центре обработки (рум., рез. нем.) . . . 83

Н. ГЕРГЕЛ, Новое ограничение в математическии модель для оптимизация режимов резания (рум., рез. англ.) . . . . . 89

Н. ГОЖИНЕЦКИ, Общие зависимости для расчета клиновые зажимных механизмов приспособлении (рум., рез. нем.) . . . . . 95

И. КОНДРЯ, Д. ЗЕТУ, Г. УНГУРЯНУ и ТИТУС НЕСТОР, О динамике гидравлических систем машин для ректификации кракатных роликов (рум., рез. франц.) . . . . . 99

Проф. др. инж. Г. КАШЛЕР . . . . . 109

РЕЦЕНЗИИ . . . . . 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 531.3

# ON THE PROBLEM OF THE FORCES BEING A FUNCTION OF ACCELERATIONS

BY

DO SANH

**1.** In this Note the problem of the forces being a function of accelerations is discussed. As it is known, first E. D e l a s s u s has discussed this problem and further many works on this subject have appeared during the recent years (c.f. [2]). However L. P a r s has proved that "the given forces cannot be a function of accelerations, that when two forces act simultaneously on a particle the effect in the same as that of single force equal to their (vector) sum" [4].

If this affirmation is true then there is no reason even in the logical point of view, to study mechanical systems with the constraints nonlinearly depending on the accelerations, because in that case the reactions will be a function of accelerations.

In order to discuss the above mentioned problems first let us consider the following example. Let a mechanical system consists of two bodies $A$ and $B$, where $B$ is contained in $A$. We suppose that two bodies are in the direct motion. Let us denote the mass of $A$ and $B$ by $M$ and $m$, the internal forces acting on $A$ and $B$ by $F$ and $f$, where $F = F(t, q_1, \dot{q}_1)$, $f = f(t, q_2, \dot{q}_2)$, the coordinates of $A$ by $q_1$, the relative coordinate of $B$ with respect to $A$ by $q_2$.

Let us now write the motion equation of $A$. By virtue of the postulate of reactions the motion equation of $A$ can be written as

$$M\ddot{q}_1 = F + f - m\ddot{q}_1 - m\ddot{q}_2. \tag{1}$$

We suppose that $q_2 = q_2(t)$ is a given function of the time, for example, the body $B$ is controlled by a given law. By such a way it is possible to treat, that the body $A$ move under the action of the force $\Phi = \Phi(t, q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1)$ being the function of accelerations.

It is easy to show many similary examples. Therefore the affirmation in [4] is incorrect.

**2.** As it is known, the existence of the mechanical constraints of high orders is untill now open. Nowadays, however, new problems arise because mechanical systems are often controlled either by active elements or by constraints. If we consider the servoconstraints then it is possible

to formulate the constraints of this kind. An example of such constraints has been constructed in [1]. Many problems of program motion belong also to this kind. As an example let us consider the following problem. To define the auxiliary forces in order that the modulus of the acceleration of the centre of mass of a mechanical system is constant. In connection with this it is necessary to consider the system with the nonlinear constraint of second orders. Hence, it is quite correct to study the motion of mechanical systems with the constraints of high orders.

We now discuss the P a r s' proof, which has been presented in [4]. L. P a r s has considered three experiments (c.f. [4]). However it is incorrect in the P a r s' proof to suppose that the values of $x$, $u$, $t$, are the same in all three experiments.

We will not assume now this hypothesis. It is easy to show that in this case the forces only depending on the velocities also are contrary to Newtonian postulate in P a r s' sense. As an example let us consider a material point of mass = 1 moving under the action of the force

$$\Phi = F - a\dot{x} + f - b\dot{x}, \tag{2}$$

where $F$, $f$, $a$, $b$, denote the constants. We will now repeat P a r s' experiments. We suppose that the initial conditions are the same in all three experiments, i.e. $\dot{x}_0 = 0$.

In the first experiment we have

$$\ddot{x}^{(1)} = F - a\dot{x}^{(1)}. \tag{3}$$

According to the above initial condition we obtain

$$\dot{x}^{(1)} = \frac{F}{a}(1 - e^{-at}). \tag{4}$$

Hence we have

$$\ddot{x}^{(1)} = Fe^{-at}. \tag{5}$$

Similarly, in the second experiment we get

$$\dot{x}^{(2)} = \frac{f}{b}(1 - e^{-bt}). \tag{6}$$

Therefore

$$\ddot{x}^{(2)} = fe^{-bt}. \tag{7}$$

The third experiment gives us

$$\dot{x}^{(3)} = \frac{f+F}{a+b}[1 - e^{-(a+b)t}], \tag{8}$$

and further

$$\ddot{x}^{(3)} = (f+F)\, e^{-(a+b)t}. \tag{9}$$

It is easy to see that

$$\ddot{x}^{(1)} + \ddot{x}^{(2)} \neq \ddot{x}^{(3)}, \tag{10}$$

which ends the proof.

Moreover if the above mentioned Newtonian postulate is understanded in P a r s' sense then this postulate also is contrary to the usually mathematical transformations though the above mentioned hypothesis of L. P a r s is assumed. As an example, let us consider a material point the motion equation of which has the form

$$m\ddot{x} = f_1 + f_2, \tag{11}$$

where $f_1$, $f_2$ denote the constants.

It is evident to write this equation in the equivalent form

$$m\ddot{x} = f_1 - a\ddot{x} + f_2 + a\ddot{x} = \Phi_1 + \Phi_2, \quad \Phi_1 = f_1 - a\ddot{x}, \quad \Phi_2 = f_2 + a\ddot{x}. \tag{12}$$

If we repeat the P a r s' experiments then, of course, we obtain the contrary. Thus, it is incorrect to elucidate the third Newtonian postulate by L. P a r s' sense. This postulate in opinion of the author only means that the addition of the forces must been replaced by the vector addition.

*Received May 17, 1978*

*Hanoi Technical University,*
*Hanoi, Socialist Republic of Vietnam*

## REFERENCES

1. C h u e v M. A., *On the Problem of the Analytical Method of Synthesis of Mechanisms.* Izv. Vuzov Mash., *8*, (1974) (in Russian).
2. F r a d l i n B. N. et al., *On the Equations of Dynamics.* Prikl. Mekh., Kiev, *1*, (1973) (in Russian).
3. F r a d l i n B. N. et al., *On the Dolaptchiev—Mangeron—Tzenoff's Equations in the Case of Natural Systems.* Prikl. Mekh., Kiev, *3*, (1973) (in Russian).
4. P a r s L. A., *A Treatise on Analytical Dynamics.* Heinemann, London, 1967.
5. T a t a r k i e w i c z K., *Kilka uwag o silach zależnych od wyższych pochodnych drogi względem czasu.* Wiadomości Matematyczne, Warsaw, Seria II (1957—1959).

## ASUPRA PROBLEMEI FORȚELOR CARE DEPIND DE ACCELERAȚII

(Rezumat)

Se discută problema forțelor care sînt funcții de accelerație și se analizează exemple de legături neliniare depinzînd de accelerație, care infirmă raționamentele lui L. P a r s din [4], după care nu ar exista astfel de forțe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 531.13 ; 514.1

# UTILIZAREA MIJLOACELOR GEOMETRIEI DESCRIPTIVE ÎN CINEMATICA RIGIDULUI

## III. CONSTRUCȚIA GRAFICĂ A CÎMPULUI ACCELERAȚIILOR

DE

ALFRED BRAIER, ANETA BRAIER, M. STANCU și MARIA VIAȘU

1. Se știe că mișcarea unui rigid este complet determinată dacă se cunosc mișcările a trei puncte distincte ale sale. Ca urmare, repartiția vitezelor și respectiv a accelerațiilor punctelor sale devine determinată în fiecare noment cînd se cunosc vitezele și respectiv accelerațiile a trei puncte ale obiecttului [1], supuse evident restricțiilor cunoscute pe care le implică rigiditatea mobilului.

În [2] și [3] s-au prezentat construcții grafice care folosind mijloace ale geometriei descriptive permit obținerea cîmpului vitezelor unui rigid, pe baza cunoașterii vitezelor a trei puncte distincte. S-au folosit în acest scop proprietățile cu caracter geometric specifice repartiției acestor viteze.

În lucrarea de față se arată că procedeul din [3] se adaptează fără dificultăți de principiu pentru accelerații. Anume, accelarația unui punct al unui rigid se determină prin construcții grafice care utilizează accelerațiile și vitezele în prealabil cunoscute pentru trei puncte ale mobilului.

Construcțiile grafice care se prezintă în cele ce urmează utilizează două proprietăți cu caracter geometric [1], pe care le posedă repartiția accelerațiilor punctelor rigidului :

1. Diferența dintre proiecțiile accelerațiilor a două puncte pe dreapta determinată de aceste puncte este egală cu raportul dintre pătratul intensității vitezei relative a celor două puncte și distanța dintre ele (cînd dreapta determinată de punctele considerate este paralelă cu un plan, proiecțiile pe dreaptă ale accelerațiilor se proiectează în adevărată mărime pe acest plan).

2. Dacă un număr de puncte ale rigidului sînt coliniare, extremitățile vectorilor acceleraţie ai acestor puncte, construiți la aceeași scară, sînt în fiecare moment de asemenea coliniare ; pe această dreaptă rapoartele determinate de extremitățile accelerațiilor sînt egale cu cele în care se află respectivele puncte coliniare (este evident că proprietatea se păstrează prin proiecție pe orice plan arbitrar).

Viteza și acceleraţia unui punct curent $M$ al unui rigid se exprimă prin

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad \vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}), \tag{1}$$

de unde

$$\vec{a} = \vec{a}_O + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{v} - \vec{v}_O), \tag{2}$$

în care $\vec{v}_O$ și $\vec{a}_O$ sînt viteza, respectiv accelerația unui punct arbitrar $O$, $\vec{\omega}$ și $\vec{\varepsilon}$ — viteza, respectiv accelerația unghiulară instantanee, iar $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$. Din (2) rezultă cu ușurință că

$$\vec{a} \cdot \vec{r} = \vec{a}_O \cdot \vec{r} - (\vec{v} - \vec{v}_O)^2, \tag{3}$$

deoarece $[\vec{\omega} \times (\vec{v} - \vec{v}_O)] \cdot \vec{r} = (\vec{v} - \vec{v}_O) \cdot (\vec{r} \times \vec{\omega}) = -(\vec{v} - \vec{v}_O)^2$, în care s-a ținut seama de expresia (1) a vitezei. Prin împărțirea lui (3) la $|\vec{r}|$ rezultă

$$\mathrm{pr}_{OM}\, \vec{a} = \mathrm{pr}_{OM}\, \vec{a}_O - \frac{(\vec{v} - v_O)^2}{|\vec{r}|}, \tag{4}$$

adică prima proprietate menționată.

Mai departe, dacă $M$, $N$, $P$ sînt trei puncte coliniare ($\overrightarrow{MN} = \lambda \overrightarrow{NP}$) și $M_1$, $N_1$, $P_1$ extremitățile accelerațiilor lor, construite la aceeași scară grafică,

$$\vec{r}_{M_1} = \vec{r}_M + \mu \vec{a}_M, \quad \vec{r}_{N_1} = \vec{r}_N + \mu \vec{a}_N, \quad \vec{r}_{P_1} = \vec{r}_P + \mu \vec{a}_P, \tag{5}$$

în care $\mu$ reprezintă factorul de scară pentru accelerații. Ținînd seama de expresia (1) a accelerației precum și de faptul că

$$\overrightarrow{MN} = \vec{r}_N - \vec{r}_M, \quad \overrightarrow{NP} = \vec{r}_P - \vec{r}_N, \quad \overrightarrow{M_1 N_1} = \vec{r}_{N_1} - \vec{r}_{M_1}, \quad \overrightarrow{N_1 P_1} = \vec{r}_{P_1} - \vec{r}_{N_1},$$

se stabilește și a doua proprietate, anume

(6) dacă $\overrightarrow{MN} = \lambda \overrightarrow{NP}$, atunci $\overrightarrow{M_1 N_1} = \lambda \overrightarrow{N_1 P_1}$.

Pe baza acestor proprietăți, în cele ce urmează se arată cum poate fi obținută pe cale grafică accelerația unui punct al rigidului, după ce în prealabil au fost date și deci construite, accelerațiile și vitezele a trei puncte ale sale.

**2.** Existența relației (4) dintre accelerații și viteze denotă că repartițiile accelerațiilor și vitezelor nu pot fi impuse în mod independent.

Fie dată repartiția vitezelor prin impunerea vitezelor a trei puncte necoliniare $M$, $N$, $P$, de pildă așa cum s-a considerat amănunțit în [3]. În mod similar se pot impune accelerațiile acestor puncte, dînd de exemplu vectorul $\vec{a}_M$, direcția accelerației $\vec{a}_N$ și fie direcția lui $\vec{a}_P$, fie intensitatea lui $\vec{a}_P$. Accelerația unui punct $M(m, m')$ se reprezintă prin proiecțiile sale $(\vec{a}_m, \vec{a}_{m'})$ pe planele orizontal și vertical, segmente orientate de lungime determinată după fixarea scărilor pentru lungimi și viteze. Alegerea planului triunghiului $MNP$ drept plan particular, de exemplu plan de nivel, permite ca proiecțiile accelerațiilor — ca și cele ale vitezelor — pe laturile respective să apară în adevărată mărime în planul orizontal.

Determinarea completă a celor trei accelerații are loc direct în epură, pe baza lui (4) și adaptînd procedeul din [2]. Anume, se construiesc proiecțiile $(\vec{a}_m, \vec{a}_{m'})$ ale accelerației $\vec{a}_M$ și direcția $(d_n, d'_n)$ a accelerației din $N$. După obținerea componentelor vitezei relative $\vec{v}_{NM} = \vec{v}_M - \vec{v}_N$, cu o schimbare de plan se determină grafic intensitatea sa $|\vec{v}_{MN}|$ (fig. 1), se calculează mărimea $(\vec{v}_M - \vec{v}_N)^2 / l_{MN}$, care scăzută din $\mathrm{pr}_{MN}\, \vec{a}_M$ dă $\mathrm{pr}_{MN}\, \vec{a}_N$ (ambele prezente în adevărată mărime în proiecția orizontală). Cu perpendiculara pe $mn$ se obține la intersecția cu $d_n$ extremitatea $n_1$ a proiecției $\vec{a}_n$, iar apoi (cu linie de ordine) și $\vec{a}'_n$ pe $d'_n$. Se procedează în mod similar relativ

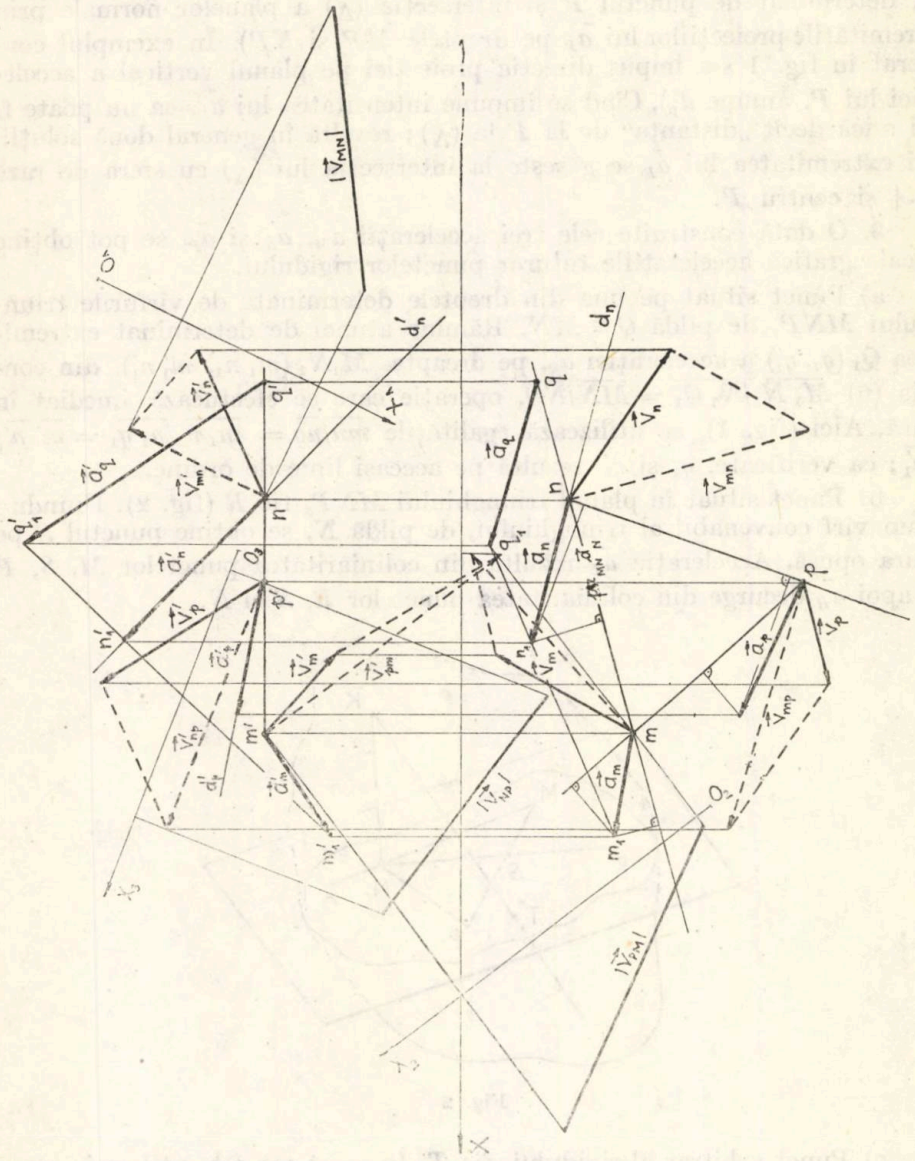


Fig. 1

la laturile $MP(mp,\ m'p')$ și $MN(mn,\ m'n')$ ale triunghiului, obținînd succesiv $\mathrm{pr}_{MP}\vec{a}_P$ și $\mathrm{pr}_{NP}\vec{a}_P$, apoi $\vec{a}_p$ și final $\vec{a}'_p$. De aici și restricția privind orientarea impusă accelerației lui $P$, vizibilă direct în epură, anume de a fi conținută într-un anumit plan perpendicular pe cel al triunghiului (anume, determinat de punctul $P$ și intersecția $(\Delta)$ a planelor normale prin extremitățile proiecțiilor lui $\vec{a}_P$ pe dreptele $MP$ și $NP$). În exemplul considerat în fig. 1 s-a impus direcția proiecției pe planul vertical a accelerației lui $P$, anume $d'_p$). Cînd se impune intensitatea lui $\vec{a}_P$, ea nu poate fi mai mică decît „distanța" de la $P$ la $(\Delta)$; rezultă în general două soluții, căci extremitatea lui $\vec{a}_P$ se găsește la intersecția lui $(\Delta)$ cu sfera de rază $|\vec{a}_P|$ și centru $P$.

**3.** O dată construite cele trei accelerații $\vec{a}_M$, $\vec{a}_N$ și $\vec{a}_P$, se pot obține pe cale grafică accelerațiile tuturor punctelor rigidului.

a) Punct situat pe una din dreptele determinate de vîrfurile triunghiului $MNP$, de pildă $Q \in MN$. Rămîne atunci de determinat extremitatea $Q_1(q_1, q'_1)$ a accelerației $\vec{a}_Q$, pe dreapta $M_1N_1(m_1n_1,\ m'_1n'_1)$, din condiția (6) $\overline{M_1N_1}/\overline{N_1Q_1} = \overline{MN}/\overline{NQ}$, operație care se efectuează imediat în epură. Aici (fig. 1), se utilizează egalitățile $\overline{mn}/\overline{nq} = \overline{m_1n_1}/\overline{n_1q_1} = \overline{m'n'}/\overline{n'_1q'_1}$; ca verificare, $q_1$ și $q'_1$ rezultă pe aceeași linie de ordine.

b) Punct situat în planul triunghiului $MNP$, fie $R$ (fig. 2). Unindu-l cu un vîrf convenabil al triunghiului, de pildă $N$, se obține punctul $S$ pe latura opusă. Accelerația $\vec{a}_S$ rezultă din coliniaritatea punctelor $M$, $S$, $P$ iar apoi $\vec{a}_R$ decurge din coliniaritatea punctelor $R$, $S$ și $N$.

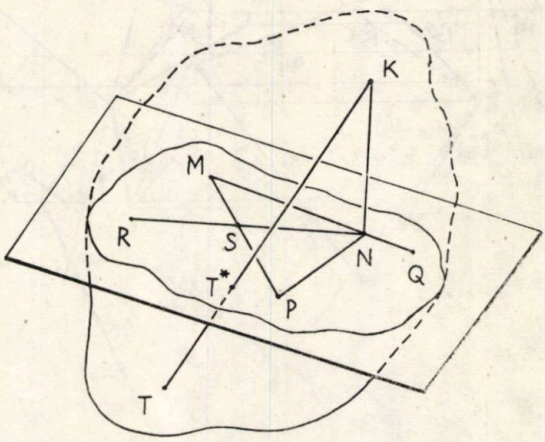



Fig. 2

c) Punct arbitrar al rigidului, fie $T$. În acest caz este util ca în prealabil să se determine accelerația unui punct exterior planului $MNP$, care să fie utilizată în toate construcțiile grafice ulterioare referitoare la puncte arbitrare. El se poate alege pe normala la plan prin unul din vîrfuri, fie $K$, pe perpendiculara prin $N$ (fig. 2). Ca vîrf comun a două triunghiuri

$KMN$ și $KNP$, accelerația $\vec{a}_K$ se obține după determinarea lui $\vec{v}_K$ și utilizarea repetată a proprietății (4). Pentru simplitatea construcțiilor grafice este util ca planele triunghiurilor să fie aduse succesiv în poziții particulare, de exemplu unul devenind plan de front iar altul plan de capăt. Atunci proiecțiile vectorilor pe laturile triunghiurilor apar în adevărată mărime pe planul corespunzător.

Dreapta $TK$ înțeapă planul triunghiului $MNP$ în punctul $T^*$. După determinarea lui $\vec{a}_{T^*}$, ca accelerație a unui punct al planului triunghiului, $\vec{a}_T$ se obține din coliniaritatea punctelor $T$, $T^*$ și $K$.

4. Procedeul prezentat, bazat pe un număr minim de proprietăți geometrice ale repartiției accelerațiilor punctelor unui rigid, utilizează mijloacele geometriei descriptive pentru construcția efectivă a accelerației unui punct, prin operații efectuate direct în epură asupra accelerațiilor și vitezelor cunoscute pentru trei puncte ale rigidului.

*Primită la 20 august 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mecanică*
*și*
*Catedra de geometrie descriptivă*
*și desen*

## BIBLIOGRAFIE

1. Braier A., *Mecanică pentru ingineri.* Vol. 1, fasc. 2, Rotaprint, Institutul politehnic Iași, 1977.
2. Braier A., Cuțu L., Braier An., Viașu M., *Utilizarea mijloacelor geometriei descriptive în cinematica rigidului.* (I) *Repartiția vitezelor.* Bul. Inst. polit. Iași, XXIII (XXVII), *3—4*, s. IV, 11—17 (1977).
3. Braier A., Braier An., *Utilizarea mijloacelor geometriei descriptive în cinematica rigidului.* (II) *Construcția grafică a cîmpului vitezelor.* Bul. Inst. polit. Iași, XXIV (XXVIII), *1—2*, s. IV, 15—30 (1978).

## UTILISATION DES PROCÉDÉS DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE DANS LA CINÉMATIQUE DU CORPS RIGIDE

### III. Construction graphique du champ des accélérations

(Résumé)

On propose un procédé graphique qui utilise deux propriétés géométriques du champ des accélérations d'un corps rigide et permet d'obtenir l'accélération d'un point quelconque à la suite des oppérations effectuées directement dans l'épure, sur les accélérations et les vitesses connues pour trois points de l'objet rigide.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 539.31

# SMALL THERMOELASTIC DEFORMATION SUPERPOSED ON FINITE THERMOELASTIC DEFORMATION IN A CYLINDRICAL TUBE

BY

ELISABETA RUSU

**1. Introduction.** In [1] — [3] are considered small thermoelastic deformations superposed on a large deformation at constant temperature. The paper which considers case $T \neq$ const is [4], where they are derived expressions for $I_4 + \varepsilon I_4'$, $I_5 + \varepsilon I_5'$, $I_6 + \varepsilon I_6'$ and $Q^i + \varepsilon Q'^i$ for isotropic elastic materials.

Here we are concerned with a body, denoted $B_0$ in its undeformed state, of incompressible isotropic elastic material, which deforms after a large thermoelastic deformation with the displacement vector $\mathbf{v}$, and temperature $T$ ($\neq$ constant), into a state $B$ which is an equilibrium. The state $B$ is completely known. The body is subsequently subject to a small thermoelastic deformation. We suppose that the displacement vector is $\mathbf{v} + \varepsilon\mathbf{w}$ and temperature is $T + \varepsilon T'$. The corresponding state is denoted by $B'$. We seek the equilibrium configuration $B'$.

After the basic equations, we consider an application, of a small thermoelastic deformation superposed on finite thermoelastic deformation in a cylindrical tube. The finite thermoelastic deformation is a controlable state [5].

**2. The Basic Equations.** We use the notations and formulae given by [6], [7], [1] — [4].

We suppose that the material is initially incompressible with Helmholtz free energy function $\sigma$ and functions $C_s$ :

$$\sigma = \sigma(T, I_1, I_2), \quad C_s = C_s(I_1, I_2, I_4, I_5, I_6), \quad (s = 1, \ldots, 6), \tag{1}$$

where $C_s$ are polinomials in invariants $I_1$, $I_2$, $I_4$, $I_5$, $I_6$ with coefficients which do not depend on $T$ [8]. There is however, no difficulty in extending the analysis to incompressible bodies and $C_s$ to depend on $T$, and to apply to compressible bodies.

Let $\theta^i$ be a general curvilinear coordinate system. Base vector and metric tensors for coordinate system $\theta$, in undeformed state $B_0$, and deformed state $B$, are denoted respectively by : $\mathbf{g}_i$, $\mathbf{g}^i$, $g_{ij}$, $g^{ij}$, $\mathbf{G}_i$, $\mathbf{G}^i$, $G_{ij}$, $G^{ij}$.

The basic equations of nonlinear thermoelasticity theory are [6]:

i) The equilibrium equations

$$\tau^{ij}\,\|_j = 0, \qquad Q^i\,\|_i = 0. \tag{2}$$

ii) The constitutive equations

$$\tau^{ij} = s^{ij} = \Phi g^{ij} + \Psi B^{ij} + pG^{ij},$$

$$-Q^i = -q^i = (C_1\,\delta^i_j + C_2\,\gamma^i_j + C_3\,\gamma^i_m\,\gamma^m_j)\,T\,|^j + \tag{3}$$

$$+\,{}_0\varepsilon^{ijk}\,T\,|_r\,T\,|_s\,\gamma^r_t\,(C_4\,\delta^s_j\,\delta^t_k + C_5\,\delta^s_j\,\gamma^t_k + C_6\,\gamma^s_j\,\gamma^t_k).$$

iii) Geometrical relations

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2}\,(G_{ij} - g_{ij}), \qquad \gamma^i_j = g^{ir}\,\gamma_{rj}. \tag{4}$$

To the system of field equations we adjoin the boundary conditions

$$\mathbf{t} = \tau^{ij}\,n_i\,\mathbf{G}_j, \qquad h = Q^j\,n_i, \qquad \mathbf{n} = n_i\,\mathbf{G}^i. \tag{5}$$

In (2) — (4) we have also [6]:

$$I_1 = g^{ij}\,G_{ij}, \quad I_2 = g_{ij}\,G^{ij}, \quad I_3 = \frac{G}{g} = 1, \quad I_4 = T\,|^i\,T\,|_i,$$

$$I_5 = T|^i T|_j \gamma^j_i, \quad I_6 = T\,|^i\,T|_j\,\gamma^j_k\,\gamma^k_i, \quad T|^j = g^{jr}T\,|_r, \quad T\,|_r = \frac{\partial T}{\partial \theta^r}, \tag{6}$$

$$\Phi = 2\,\frac{\partial \sigma}{\partial I_1}, \quad \Psi = 2\,\frac{\partial \sigma}{\partial I_2}, \quad P = \text{a scalar function of coordinates},$$

$$B^{ij} = (g^{ij}\,g^{rs} - g^{ir}\,g^{js})\,G_{rs}, \quad {}_0\varepsilon^{ijk} = \frac{e_{ijk}}{\sqrt{g}}.$$

We suppose that the state $B$ is completely known.

We consider a deformation of the body which is such, that the state of stress, strain and temperature differs only slightly from the state $B$ in a known finite deformation. We suppose that the displacement vector is given by

$$\mathbf{v} + \varepsilon\mathbf{w}, \tag{7}$$

where $\mathbf{v}$ is the displacement vector of the known large deformation and $\varepsilon$ is a constant which is small enough for squares and higher powers to be neglected. We suppose that the temperature has the form

$$T + \varepsilon T', \tag{8}$$

where $T$ is the temperature distribution corresponding to displacement vector $\mathbf{v}$.

We denote base vectors, metric tensors, strain tensors, invariants and stress tensors, corresponding to (7) and (8), by:

$$\mathbf{G}_i + \varepsilon\mathbf{G}'_i, \quad \mathbf{G}^i + \varepsilon\mathbf{G}'^i, \quad G_{ij} + \varepsilon G'_{ij}, \quad G^{ij} + \varepsilon G'^{ij},$$

$$\gamma_{ij} + \varepsilon\gamma'_{ij}, \quad \gamma^i_j + \varepsilon\gamma'^i_j, \quad I_s + \varepsilon I'_s, \quad \tau^{ij} + \varepsilon\tau'^{ij}, \quad \text{respectively.}$$

The Helmholtz free energy function and functions $C_s$ ($s = 1, ..., 6$), are

$$\sigma = \sigma(T + \varepsilon T', \ I_1 + \varepsilon I'_1, \ I_2 + \varepsilon I'_2), \tag{9}$$

$$C_s = C_s\,(I_1 + \varepsilon I'_1, \ I_2 + \varepsilon I'_2, \ I_4 + \varepsilon I'_4, \ I_5 + \varepsilon I'_5, \ I_6 + \varepsilon I'_6),$$

where $I'_1$, $I'_2$ are given in [7], and $I'_4$, $I'_5$, $I'_6$ derived in [4], can be easily deducted, using (6):

$$I_4 + \varepsilon I'_4 + ... = (T + \varepsilon T')\,|^i\,(T + \varepsilon T')|_i,$$

$$I_5 + \varepsilon I'_5 + ... = (T + \varepsilon T')\,|^i\,(T + \varepsilon T')|_j\,(\gamma^j_i + \varepsilon\gamma'^j_i),$$

$$I_6 + \varepsilon I'_6 + ... = (T + \varepsilon T')\,|^i\,(T + \varepsilon T')|_j\,(\gamma^j_k + \varepsilon\gamma'^j_k)\,(\gamma^k_i + \varepsilon\gamma'^k_i),$$

where

$$(T + \varepsilon T')\,|^i = g^{ik}\,(T + \varepsilon T')\,|_k$$

so that

$$I'_4 = T\,|_i\,T'\,|^i + T\,|^i\,T'\,|_i,$$

$$I'_5 = T\,|^i\,T\,|_j\,\gamma'^j_i + \gamma^j_i\,(T\,|^i\,T'\,|_j + T'\,|^i\,T\,|_j), \tag{10}$$

$$I'_6 = T\,|^i\,T\,|_j\,(\gamma'^j_k\,\gamma^k_i + \gamma^j_k\,\gamma'^k_i) + \gamma^j_k\,\gamma^k_i\,(T'\,|^i\,T\,|_j + T\,|^i\,T'\,|_j).$$

A constitutive relation for $Q'^i$ in the case $T \neq$ const is derived firstly in [4]. For incompressible thermoelastic solid, we have

$$C_s\,(I_1 + \varepsilon I'_1, \ I_2 + \varepsilon I'_2, \ I_4 + \varepsilon I'_4, \ I_5 + \varepsilon I'_5, \ I_6 + \varepsilon I'_6) = \tag{11}$$

$$= SC_s\,(I_1, I_2, I_4, I_5, I_6) + \varepsilon C_{sp}\,I'_p,$$

where

$$C_{sp} = \frac{\partial C_s}{\partial I_p} \qquad (s = 1, ..., 6\,;\ p = 1, 2, 4, 5, 6) \tag{12}$$

are evaluated at $\varepsilon =$ const.

Now, instead of (3) we have

$$-(Q^i + \varepsilon Q'^i) = [(C_1 + \varepsilon C_{1p}\,I'_p)\,\delta^i_j + (C_2 + \varepsilon C_{2p}\,I'_p)\,(\gamma^i_j + \varepsilon\gamma'^i_j) +$$

$$+ (C_3 + \varepsilon C_{3p}\,I'_p)\,(\gamma_m + \varepsilon\gamma'^i_m)\,(\gamma^m_j + \varepsilon\gamma'^m_j)]\,(T + \varepsilon T')\,|^j +$$

$$+ {}_0\varepsilon^{ijk}\,(T + \varepsilon T')\,|_r\,(T + \varepsilon T')\,|_s\,(\gamma^r_i + \varepsilon\gamma'^r_i)\,\{(C_4 + \varepsilon C_{4p}\,I'_p)\,\delta^s_j\,\delta^t_k +$$

$$+ (C_5 + \varepsilon C_{5p}\,I'_p)\,\delta^s_j\,(\gamma^t_k + \varepsilon\gamma'^t_k) + (C_6 + \varepsilon C_{6p}\,I'_p)\,(\gamma^s_j + \varepsilon\gamma'^s_j)\,(\gamma^t_k + \varepsilon\gamma'^t_k),$$

from which we find the expression for $Q'^i$. This can be obtained with $I'_3 = 0$ in [4].

The basic equations for equilibrium state $B'$ are:

i) The equilibrium equation [3]

$$[s'^{ij} + s^{ir}\,w^j\,\|_r\,]\,\|_i = 0. \tag{13}$$

ii) The energy equation [3]

$$[Q'^i + Q^i G^{mn} \gamma'_{mn}] \|_i = 0. \tag{14}$$

iii) The constitutive equations : the components of the stress tensor $\tau^{ij} + \varepsilon\tau'^{ij}$, where [7]

$$\tau'^{ij} = g^{ij} \Phi' + B^{ij} \Psi' + B'^{ij} \Psi + G'^{ij} p + G^{ij} p' \tag{15}$$

the components of heat flux vector $Q^i + \varepsilon Q'^i$, where we see that $Q'^i$ are :

$$\begin{aligned} -Q'^i = {} & T\,|^j [C_2 \gamma'^i_j + C_3 (\gamma^i_m \gamma'^m_j + \gamma^m_j \gamma'^{ii}_m) + (C_{1p} \delta^i_j + C_{2p} \gamma^i_j + \\ & + C_{3p} \gamma^i_m \gamma^m_j) I'_p] + T'\,|^j [C_1 \delta^i_j + C_2 \gamma^i_j + C_3 \gamma^i_m \gamma^m_j] + \\ & + \frac{e_{ijk}}{\sqrt{g}} \Big\{ T\,|_r\, T\,|_s \gamma^r_i [C_5 \delta^s_j \gamma'^i_k + C_6 (\gamma^s_j \gamma'^i_k + \gamma'^s_j \gamma^i_k) + \\ & + (C_{4p} \delta^s_j \delta^i_k + C_{5p} \delta^s_j \gamma^i_k + C_{6p} \gamma^s_j \gamma^i_k) I'_p] + (C_4 \delta^s_j \delta^i_k + \\ & + C_5 \delta^s_j \gamma^i_k + C_6 \gamma^s_j \gamma^i_k) [\gamma^r_i (T'\,|_r\, T\,|_s + T'\,|_s\, T\,|_r) + T\,|_r\, T\,|_s \gamma'^r_i] \Big\}. \end{aligned} \tag{16}$$

iv) The geometrical relations

$$\gamma^i_j + \varepsilon\gamma'^i_j = g^{ir} (\gamma_{rj} + \varepsilon\gamma'_{rj}), \qquad \gamma'_{ij} = \frac{1}{2} G'_{ij}. \tag{17}$$

v) The boundary conditions

$$\begin{aligned} \mathbf{t} + \varepsilon\mathbf{t}' &= (P^j + \varepsilon P'^j)(\mathbf{G}_j + \varepsilon \mathbf{G}'_j), \\ P^j + \varepsilon P'^j &= (\tau^{ij} + \varepsilon\tau'^{ij})(n_i + \varepsilon n'_i), \\ h + \varepsilon h' &= (Q^i + \varepsilon Q'^i)(n_i + \varepsilon n'_i), \quad \mathbf{n} + \varepsilon\mathbf{n}' = (n_i + \varepsilon n'_i)(\mathbf{G}^i + \varepsilon \mathbf{G}'^i). \end{aligned} \tag{18}$$

In (9) — (17) we have also [7]

$$I'_3 = 0 \tag{19}$$

and

$$\begin{aligned} & G'_{ij} = w_i \|_j + w_j \|_i, \quad G' = G G^{ij} G'_{ij}, \quad G'^{ij} = -G^{ir} G^{js} G'_{rs}, \\ & I'_1 = g^{rs} G'_{rs}, \quad I'_2 = g_{rs} (G'^{rs} I_3 + G^{rs} I'_3), \quad I'_3 = I_3 G^{ij} G'_{ij}, \\ & A = 2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial I_1^2}, \quad B = 2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial I_2^2}, \quad F = 2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial I_2 \partial I_1}, \quad L = 2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial I_1 \partial T}, \\ & M = 2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial I_2 \partial T}, \quad \Phi' = A I'_1 + F I'_2 + L T', \\ & \Psi' = F I'_1 + B I'_2 + M T', \quad p' = \text{a scalar function.} \end{aligned} \tag{20}$$

**2. Application.** *Small thermoelastic deformation superposed on finite thermoelastic deformation in a cylindrical tube.* Let be a circular cylindrical tube, which in its undeformed state $B_0$, has length $L$ and external and internal radii, $a_1$ and $a_2$ respectively.

The moving coordinates $(\theta^1, \theta^2, \theta^3)$ are chosen to coincide with cylindrical polars coordinate $(r, \theta, z)$ in the deformed body. Then the point $(r, \theta, z)$ was initially at $(\rho, \vartheta\xi)$.

We consider the thermomecanic state [5]

$$r = \sqrt{\lambda}\rho, \quad \theta = \vartheta, \quad z = \frac{\zeta}{\lambda}, \quad Q^1 = \frac{K}{r}, \quad Q^2 = 0, \quad Q^3 = 0, \tag{21}$$

where $\lambda$, $K$ are constants. The state (21) is controllable [5].

From (3), (21) we get

$$s^{11} = \lambda\Phi + \left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda}\right)\Phi + p, \quad s^{22} = \frac{s^{11}}{r^2}, \quad s^{33} = \frac{1}{\lambda^2}\Phi + \frac{2}{\lambda}\Psi + p, \tag{22}$$

$$s^{ij} = 0 \ (i \neq j), \quad \tau^{ij} = s^{ij},$$

and respectively

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow T = T(r), \tag{23}$$

$$\frac{K}{r} = -\left[C_1 + \frac{1}{2}(\lambda - 1)\, C_2 + \frac{1}{4}(\lambda - 1)^2 C_3\right] \lambda \frac{dT}{dr}.$$

We see that $T$ and $C_s$ are functions of $r$ only and the same for $p$ and $Q$. The equations (2) are

$$\frac{\partial s^{11}}{\partial r} + \frac{1}{r}(s^{11} - r^2 s^{22}) = 0, \quad \frac{\partial s^{22}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial s^{33}}{\partial z} = 0 \tag{24}$$

and

$$\frac{dQ^1}{dr} + \frac{Q^1}{r} = 0. \tag{25}$$

The equation (25) is satisfied; from $(24)_{2,3}$ we find $p = p(r)$ and

$$p = A_0 - \lambda\Phi - \left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda}\right)\Psi, \tag{*}$$

where $A_0$ is a constant. The temperature $T = T(r)$ can be find from (23) and we suppose that $T$ is known.

In the state $B$ we have the cylindrical tube $r_2 = \sqrt{\lambda}a_2$, $r_1 = \sqrt{\lambda}a_1$, $z = 0$ and $z = L/\lambda$. If there is no traction on the courved surfaces, then

$$A_0 = 0 \tag{**}$$

and the components of the stress tensor and the function $p$ in the state $B$ are given by

$$s^{11} = 0, \quad s^{22} = 0, \quad s^{33} = \Phi\left(\frac{1}{\lambda^2} - \lambda\right) + \Psi\left(\frac{1}{\lambda} - \lambda^2\right), \tag{26}$$

$$s^{ij} = 0 \ (i \neq j), \quad p = -\lambda\Phi - \left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda}\right)\Psi.$$

The resultant normal force acting on $z = L/\lambda$ is

$$N^3 = 2\pi \int_{r_2}^{r_1} r s^{32}\, dr.$$

The state $B$ is completely known.

Now we consider a small thermoelastic deformation from the state $B$ to a state $B'$ with

$$(27)\qquad w^1 = w_1 = u(r), \quad w^2 = w_2 = 0, \quad w^3 = w_3 = az, \quad T' = T'(r).$$

From (27), (20) and (10) we get

$$I_1' = 2\lambda\left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r}\right) + \frac{2a}{\lambda^2}, \quad I_2' = -\frac{2}{\lambda}\left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r}\right) - 2a\lambda^2,$$

$$I_3' = 2\left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} + a\right) = 0,$$

$$(28)\qquad I_4' = 2\lambda \frac{dT}{dr}\frac{dT'}{dr}, \quad I_5' = \lambda\left(\frac{dT}{dr}\right)^2 \frac{du}{dr} + \lambda(\lambda - 1)\frac{dT}{dr}\frac{dT'}{dr},$$

$$I_6' = \lambda\left(\frac{dT}{dr}\right)^2 (\lambda - 1)\frac{du}{dr} + \frac{\lambda}{2}(\lambda - 1)^2 \frac{dT}{dr}\frac{dT'}{dr}.$$

From (15) we have

$$s'^{11} = \lambda\Phi' + \left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda}\right)\Psi' + \left(2\lambda^2 \frac{u}{r} + \frac{2a}{\lambda}\right)\Psi - 2\frac{du}{dr}p + p',$$

$$(29)\qquad s'^{22} = \frac{\lambda}{r^2}\Phi' + \frac{1}{r^2}\left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda}\right)\Psi' + \frac{2}{r^2}\left(\lambda^2 \frac{du}{dr} + \frac{a}{\lambda}\right)\Psi - \frac{2u}{r^3}p + \frac{p'}{r^2},$$

$$s'^{33} = \frac{1}{\lambda^2}\Phi' + \frac{2}{\lambda}\Psi' + \frac{2}{\lambda}\left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r}\right)\Psi - 2ap + p', \quad s'^{ij} = 0\ (i \neq j),$$

with $\Phi'$ and $\Psi'$ by (20), and (16) becomes

$$-Q'^1 = \lambda\frac{dT}{dr}\left\{C_2\lambda\frac{du}{dr} + C_3\lambda(\lambda - 1)\frac{du}{dr} + \left[C_{1p} + \frac{1}{2}(\lambda - 1)C_{2p} + \right.\right.$$

$$(30)\qquad \left.\left. + \frac{1}{4}(\lambda - 1)^2 C_{3p}\right] I_p'\right\} + \lambda\frac{dT'}{dr}\left[C_1 + \frac{1}{2}(\lambda - 1)C_2 + \frac{1}{4}(\lambda - 1)^2 C_3\right],$$

$$Q'^2 = 0, \quad Q'^3 = 0.$$

The equations (13) and (14) are

$$(31)\qquad \frac{\partial s'^{11}}{\partial r} + \frac{1}{r}(s'^{11} - r^2 s'^{22}) = 0, \quad \frac{\partial s'^{22}}{\partial \theta} = \frac{\partial s'^{33}}{\partial z} = 0$$

and

$$\frac{\partial Q'_1}{\partial r} + \frac{Q'_1}{r} = 0. \tag{32}$$

From $(28)_3$ we find

$$u = \frac{A_1}{r} - \frac{ar}{2}, \tag{33}$$

where $A_1$ is constant. By (30) we see that $Q'_1$ depend only of $r$; then (32) gives

$$Q'_1 = \frac{B_0}{r}, \tag{34}$$

where $B_0$ is a constant. By (34), using (30), (34) we obtain

$$L_1(r)\frac{dT'}{dr} + A_1 L_2(r) + aL_3(r) + \frac{B_0}{r} = 0, \tag{35}$$

where $L_i$ $(i = 1, 2, 3)$ can be easily written. From (31) and (35) we have respectively

$$T' = A_1 H_1(r) + aH_2(r) + B_0 H_3(r) + C_0, \tag{36}$$

and

$$p' = D_0 - \lambda\Phi' - \left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda}\right)\Psi' - \left(2\lambda^2\frac{u}{r} + \frac{2a}{\lambda}\right)\Psi + 2p\frac{du}{dr} + A_1 H_4(r), \tag{37}$$

where

$$H_1(r) = -\int_{r_2}^{r}\frac{L_2(r)}{L_1(r)}\,dr, \quad H_2(r) = -\int_{r_2}^{r}\frac{L_3(r)}{L_1(r)}\,dr, \quad H_3(r) = -\int_{r_2}^{r}\frac{1}{rL_1(r)}\,dr,$$

$$H_4(r) = -2\int_{r_2}^{r}\frac{2\lambda^2\Psi + 2p}{r^2}\,dr, \quad H_k(r_2) = 0 \quad (k = 1, \ldots, 4).$$

If we denote the cylindrical polars coordinates $(R, \Theta, Z)$ in the deformed state $B'$, thus $R = r + \varepsilon u(r)$; $\Theta = \theta$; $Z = z + \varepsilon az$, so that $B'$ is a cylindrical tube. It is very easy to show that for

$$A_1 = 0, \quad D_0 = 0, \quad C_0 = 0, \quad B_0 = \frac{Ka}{2} \tag{38}$$

there is no traction on the courved surface and the additional flux $h' = 0$ on $R = R_1$, $T' = 0$ on $R = R_2$.

The resultant normal force acting on the ends may be written as

$$N_3 + \varepsilon N_3' = 2\pi \int_{r_1}^{r_1} r\,(s^{33} + \varepsilon s'^{33}) \sqrt{G^{33} + \varepsilon G'^{33}}\,dr, \tag{39}$$

and if $N_3'$ is given we can find $a$.

The stress components $s'^{ij}$, the functions $P'$ and $T'$ can be obtained from (29), (36) — (38).

*Remark.* This paper is an extension of [1] — [3]. The symilar problem for anisotropic material was recently considered by D. I e ş a n.

*Received November 20, 1978*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Mechanics*

## REFERENCES

1. England A. H., Green A. E., Phil. Trans., **253 A**, *1034*, 517 (1961).
2. Flavin J. N., Green A. E., J. Mech. Phys. Solids., **9**, 179—190 (1961).
3. Green A. E., Proc. Roy. Soc., A. *1324*, 266 (1962).
4. Rusu E., Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXII (XXVI)**, *3—4*, s. IV, 31—38 (1976).
5. Laws N., Quart. Appl. Math., **XXVII**, *3*, 432—440 (1970).
6. Green A. E., Adkins J. E., *Large Elastic Deformations*. Oxford, 1960.
7. Green A. E., Zerna W., *Theoretical Elasticity*. Oxford, 1954.
8. Petroski H. J., Carlson D. E., J. of Appl. Mech., 1 151—1 154 (1970).

## DEFORMAŢII TERMOELASTICE MICI SUPRAPUSE PESTE DEFORMAŢII TERMOELASTICE FINITE ÎNTR-UN TUB CILINDRIC

**(Rezumat)**

**Se deduc expresii pentru invarianţii $I_4'$, $I_5'$, $I_6'$ şi ecuaţii constitutive pentru $Q'^i$, pentru un material omogen, izotrop, fără centru de simetrie, supus la o deformare termoelastică mică suprapusă peste o deformare termoelastică finită. Teoria este ilustrată de o aplicaţie.**

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 539.31

# ON THE EXISTENCE AND UNIQUENESS OF SOLUTIONS IN THE NONLINEAR THEORY OF SIMPLE DIPOLAR ELASTIC SOLID

BY

SILVIA G. NEAGU

**1.** In [2] the basic equations in the theory for simple dipolar elastic solid, are given in the form :

i) The equations of equilibrium

$$\begin{aligned} &T_{Ki,K} + \bar{\sigma}_{Ki,K} + \rho_0 f_i = 0, \\ &\bar{\sigma}_{Kj} x_{i,K} = \rho_0 F_{ij} + \mu_{Mij,M}. \end{aligned} \tag{1.1}$$

ii) The geometrical equations

$$\begin{aligned} &2E_{KL} = U_{K,L} + U_{L,K} + U_{M,K} U_{M,L}, \\ &\in_{KL} = U_{L,K} + \Phi_{KL} + U_{P,K} \Phi_{PL}, \\ &D_{MKL} = \Phi_{KL,M} - \varphi_{KR} \Phi_{RL,M}. \end{aligned} \tag{1.2}$$

iii) The constitutive equations

$$T_{Ki} = \frac{\delta W}{\delta E_{KL}} x_{i,L}, \qquad \bar{\sigma}_{Kj} = \frac{\partial W}{\partial \in_{KL}} x_{jL}, \qquad \mu_{Mij} = \frac{\partial W}{\partial D_{MKL}} \bar{x}_i^K x_{jL}. \tag{1.3}$$

iv) The boundary conditions

$$T_i = \sigma_{Li} N_L, \qquad T_{ij} = \mu_{Lij} N_L. \tag{1.4}$$

In [2] it is assumed that the prescribed surfaces tractions $T_i$, $T_{ij}$ and body forces $f_i$, $F_{ij}$ depend analitically on the parameter $\varepsilon$, and that that they vanish for $\varepsilon = 0$; we have

$$T_i = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n T_i^{(n)}, \qquad f_i = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n f_i^{(n)},$$

$$T_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n T_{ij}^{(n)}, \qquad F_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n F_{ij}^{(n)}.$$

Also, it is assumed the existence of a solution of the form

$$U_K = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n U_k^{(n)}, \qquad \Phi_{KL} = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \Phi_{KL}^{(n)} \tag{1.6}$$

and in [2] the succesive terms $U^{(n)}$, $\Phi^{(n)}$ in the expansion (1.6) are presented that the solutions of $n$ boundary-value problems of traction in the linear elasticity with microstructure [3]:

$$T_{ji,j}^{(n)} + \bar{\sigma}_{ji,j}^{(n)} + \rho_0 \overset{*}{f}_i^{(n)} = 0 \qquad \bar{\sigma}_{ij}^{(n)} = \rho_0 \overset{*}{F}_{ij}^{(n)} + \mu_{kij,k}^{(n)},$$
$$\sigma_{ji}^{(n)} n_j = \overset{*}{T}_i^{(n)}, \qquad \mu_{kij}^{(n)} n_k = \overset{**}{T}_{ij}^{(n)}, \tag{1.7}$$

where, for $n = 2, 3, \ldots$ we have

$$\rho_0 \overset{*}{f}_i^{(n)} = \rho_0 f_i^{(n)} + N_{ji,j}^{(n)} + S_{ji,j}^{(n)},$$
$$\rho_0 \overset{*}{F}_{ij}^{(n)} = \rho_0 F_{ij}^{(n)} + R_{kij,k}^{(n)} - \sum_{m=1}^{n-1} \bar{\sigma}_{ki}^{(m)} u_{j,k}^{(n-m)}, \tag{1.8}$$
$$\overset{*}{T}_i^{(n)} = T_i^{(n)} - (N_{ji}^{(n)} + S_{ji}^{(n)}) n_j, \qquad \overset{**}{T}_{ij}^{(n)} = T_{ij}^{(n)} - R_{kij}^{(n)} n_k.$$

For a solution to exist in the infinitesimal theory of elasticity with microstructure, the following conditions are necessary and sufficient [1]:

$$\int_C \rho_0 f_i \, d\tau + \int_\Sigma T_i \, d\sigma = 0,$$
$$\int_C (\delta_{ijk} X_j f_k \rho_0 + F_i) \, d\tau + \int_\Sigma (\delta_{ijk} X_j T_k + \bar{T}_i) \, d\sigma = 0, \tag{1.9}$$

where

$$F_i = \delta_{ijk} F_{jk}, \qquad \bar{T}_i = \delta_{ijk} T_{jk}.$$

Then, in order that system (1.7) have a solution $(u^{(n)}, \Phi^{(n)})$ it is necessary that the effective loads $\overset{*}{f}_i^{(n)}$, $\overset{*}{F}_{ij}^{(n)}$, $\overset{*}{T}_i^{(n)}$, $\overset{**}{T}_{ij}^{(n)}$ be equilibrated, i.e. that (1.9) hold if $f_i$, $F_{ij}$, $T_i$, $T_{ij}$ are replaced by $\overset{*}{f}_i^{(n)}$, $\overset{*}{F}_{ij}^{(n)}$, $\overset{*}{T}_i^{(n)}$, $\overset{**}{T}_{ij}^{(n)}$.

Now, if we substitute the expansion (1.5) in (1.9), we see that $f_i^{(n)}$, $F_{ij}^{(n)}$, $T_i^{(n)}$, $T_{ij}^{(n)}$ are equilibrated by themselves. Hence the conditions for the existence of a solution $(u^{(n)}, \Phi^{(n)})$ of (1.7) are equivalent to

$$\int_C \rho_0 (\overset{*}{f}_i^{(n)} - f_i^{(n)}) \, d\tau + \int_\Sigma (\overset{*}{T}_i^{(n)} - T_i^{(n)}) \, d\sigma = 0,$$
$$\int_\Sigma [\delta_{ijk} X_j (\overset{*}{T}_k^{(n)} - T_k^{(n)}) + \delta_{ijk} \overset{*}{T}_{jk}^{(n)} - \delta_{ijk} T_{jk}^{(n)}] \, d\sigma + \tag{1.10}$$
$$+ \int_C [\delta_{ijk} X_j (\overset{*}{f}_k^{(n)} - f_k^{(n)}) \rho_0 + \delta_{ijk} \overset{*}{F}_{jk}^{(n)} - \delta_{ijk} F_{jk}^{(n)}] \, d\tau = 0;$$

the use of (1.8) and of the divergence theorem shows that (1.10) is satisfied, and (1.10) is equivalent with

$$(1.11) \qquad \int_{\sigma}\left[\sigma_{ijk}\, X_{j,r}\,(N^{(n)}_{rk}+S^{(n)}_{rk}) - \sum_{m=1}^{n-1}\delta_{ijk}\, S^{(m)}_{rk}\, u^{(n-m)}_{j,r}\right] d\tau = 0.$$

Substracting $(1.9)_2$ with $X_k$ coordinates of position vector in the reference configuration from $(1.9)_2$ written for $x_k(X)$, we can write this condition in terms of the displacements

$$(1.12) \qquad \int_{\Sigma}\mathbf{u}\times\mathbf{T}\,d\sigma + \int_{\sigma}\mathbf{u}\times\rho_0\,\mathbf{f}\,d\tau = 0, \qquad \mathbf{u} = \mathbf{x}-\mathbf{X}.$$

If we substitute (1.5) and (1.6) into (1.12) and expand, we obtain

$$(1.13) \qquad \sum_{m=1}^{n-1}\left[\int_{\Sigma}\mathbf{u}^{(n-m)}\times\mathbf{T}^{(m)}\,d\sigma + \int_{\sigma}\mathbf{u}^{(n-m)}\times\rho_0\,\mathbf{f}^{(m)}\,d\tau = 0, \quad n=2,3,\ldots,\right.$$

which is equivalent to

$$(1.14) \qquad \sum_{m=1}^{n-1}\int_{\sigma}\sigma_{ijk}\, u^{(n-m)}_{j,r}\,\sigma^{(m)}_{rk}\,d\tau = 0, \qquad \sigma_{rk} = T_{rk} + \overline{\sigma}_{rk}.$$

These compatibility conditions are restrictions to be imposed in order that (1.7) can have solutions. If $\omega_p$ is any constant vector, then $\mathbf{u}_p + \omega_p \times \mathbf{p}_R$ is also a solution of (1.7) for $n = p$, if $T^{(1)}$, $f^{(1)}$ do not possess an axis of equilibrium (that can be showed like in [5], p. 224).

Then, if the loads $T^{(1)}$, $f^{(1)}$ have not an axis of equilibrium and the existence and uniqueness theorem for the traction boundary value problem in the infinitesimal theory of elasticity with microstructure holds [1], the solution $(u^{(n)}, \Phi^{(n)})$ of the system (1.7) is unique to within a uniform translation.

**2.** *Remark.* If we consider a family of problems depending upon a parameter $\varepsilon$

$$(2.1) \qquad f_i = \varepsilon f^{(1)}_i, \qquad F_{ij} = \varepsilon F^{(1)}_{ij}, \qquad T_i = \varepsilon T^{(1)}_i, \qquad T_{ij} = \varepsilon T^{(1)}_{ij}$$

and we assume that $f^{(1)}_i$, $F^{(1)}_{ij}$, $T^{(1)}_i$, $T^{(1)}_{ij}$ satisfies the conditions (1.9), using S t o p p e l l i's method we can prove that the solution of problem 1.1 with the functions (2.1) is unique, and $Q_{ij}$ is a rigid rotation which can be determined and it is unique $(x^*_i = Q_{ij}\, x_j,\ x^*_{iA} = Q_{ij}\, x_{jA})$.

We assume the fundamental hypotheses and spaces of functions as in [4], [5].

We shall determine the rigid rotation $Q$ in such way that the additional loads $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_{ij}, \eta_{ij})$, for given $U_k$, $\Phi_{KL}$, are equilibrated:

$$
\begin{aligned}
&(x_{i,L}\, T_{KL})_{,K} + \varepsilon\rho_0\, Q_{ij} f_j + (x_{iL}\, \bar{\sigma}_{KL})_{\,K} = \alpha_i,\\
&-\bar{\sigma}_{KL}\, x_{jL}\, x_{i,K} + \rho_0\, \varepsilon Q_{ir}\, Q_{jp} F_{rp} + (\sigma_{MKL}\, \bar{x}_i^K x_{jL})_{,M} = \gamma_{ij},\\
&-(T_{KL}\, x_{i,L} + x_{iL}\, \bar{\sigma}_{KL})\, N_K + \varepsilon Q_{ip}\, T_p = \beta_i,\\
&-(\sigma_{MKL}\, \bar{x}_i^K x_{jL})\, N_M + \varepsilon Q_{ip}\, Q_{jr}\, T_{pr} = \eta_{ij}.
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

Thus, the loads must verify the conditions

$$
\begin{aligned}
&\int_C \rho_0\, \alpha_i\, d\tau + \int_\Sigma \beta_i\, d\sigma = 0,\\
&\int_C (\rho_0\, \delta_{ijk} X_j\, \alpha_k + \gamma_i)\, d\tau + \int_\Sigma (\delta_{ijk} X_j\, \beta_k + \eta_i)\, d\sigma = 0.
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

By use of Green's transformation and (1.9), the relation $(2.3)_1$ is satisfied. The condition $(2.3)_2$ may be written as

$$\varepsilon\delta_{ijk}\, Q_{kp}\, A_{jp}^{(1)} - \varepsilon\delta_{mrs}\, Q_{mi}\, A_{rs}^{(1)} = L_i, \tag{2.4}$$

where

$$A_{ij}^{(1)} = \int_C \rho_0\, X_i\, f_j^{(1)}\, d\tau + \int_\Sigma X_i\, T_j^{(1)}\, d\sigma \tag{2.5}$$

is the astatic load of the forces $f_j^{(1)}$, $T_j^{(1)}$ in the reference configuration, and

$$L_i = \int_C \sigma_{ijk}\, (X_{j,K}\, T_{Kk} + X_{j,K}\, \bar{\sigma}_{Kk} + x_{j,K}\, \bar{\sigma}_{Kk})\, d\tau. \tag{2.6}$$

For given $U_K$, $\Phi_{KL}$, the equation (2.4) can be solved for $Q$, if

$$\det\, (A^{(1)} - 1\ \mathrm{tr}\, A^{(1)}) \neq 0, \tag{2.7}$$

thus if the load $f_j^{(1)}$, $T_j^{(1)}$ does not have an axis of equilibrium. As in [5] we can prove that $Q$ is unique and that (1.1) for the load $f_j^{(1)}$, $F_j^{(1)}$, $F_{ij}^{(1)}$, $T_{ij}^{(1)}$ have a unique solution.

*Received December 22, 1978*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Mechanics*

## REFERENCES

1. Hlavaček I., Hlavaček M., *On the Existence and Uniqueness of Solution and some Variational Principles in Linear Theories of Elasticity with Couple Stresses* (II). Aplikace Matematiky, **14**, 411—427 (1969).
2. Neagu S., *A Method of Succesive Approximation in Nonlinear Theory of Simple Dipolar Elastic Solid* (I), (II). Bul. Inst. polt Iaşi, **XXII (XXVI)**, *3—4*, s. IV, 87—91 (1976); **XXIII(XXVII)**, *1—2*, s. IV, 93—96 (1977).
3. Mindlin R., *Microstructure in Linear Elasticity*. Arch. Rational Mech. Anal., **16**, 51—78 (1964).

4. Stoppelli F., *Un teorema di esistenza ed unicita relativo alle equazioni del elastostatica isoterma per deformazioni finite.* Ricerche Mat., *3*, 247—267 (1954).
5. Truesdell C., Noll W., *The Nonlinear Field Theories of Mechanics.* Handbuch der Physik, III—*3*, Springer Verlag, 1965.

## ASUPRA EXISTENȚEI ȘI UNICITĂȚII SOLUȚIILOR ÎN TEORIA NELINIARĂ A SOLIDULUI ELASTIC DIPOLAR SIMPLU

(Rezumat)

Se impun condiții pentru existența soluției $u^{(n)}$, $\Phi^{(n)}$ din dezvoltarea $u = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n u^{(n)}$, $\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \Phi^{(n)}$, ce sînt presupuse soluții ale ecuațiilor de echilibru în teoria neliniară a solidului elastic dipolar și se arată că se poate folosi metoda lui Stoppelli pentru demonstrarea existenței și unicității soluției acestor ecuații.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 536.46

# COMBUSTIA SUBTERANĂ ÎNTR-UN MEDIU POROS PREVĂZUT CU O INTERCALAŢIE IMPERMEABILĂ

DE

ŞT. ZANFIR şi I. TUTUNEA

În legătură cu dezlocuirea termică a zăcămintelor de ţiţei în [1] s-a considerat următoarea problemă la limită: să se integreze în tot spaţiul raportat la un sistem de coordonate $(r, z, t)$ (fenomen axial simetric) ecuaţia

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + (1 - 2\nu)\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{S(r, z, t)}{k}, \tag{1}$$

în condiţiile iniţiale şi la limită:

1. $T(r, z, 0) = 0$,
2. $T(r, z, t)$ este mărginită şi continuă în tot spaţiul.

Funcţia $S(r, z, t)$, cu expresia

$$S(r, z, t) = \Omega\left(z, \frac{h}{2}, \frac{a}{2}\right) H_m v \delta(r - r_f), \tag{2}$$

unde

$$\Omega\left(z, \frac{h}{2}, \frac{a}{2}\right) = \begin{cases} 1 & \frac{a}{2} \leqslant |z| \leqslant \frac{h}{2}, \\ 0 & \frac{h}{2} < |z| < \frac{a}{2}, \end{cases}$$

reprezintă sursa de căldură generată de un front de ardere vertical, în ipoteza în care în zăcămîntul poros, limitat de planele $z = h/2$, $z = -h/2$ se găseşte o intercalaţie argiloasă limitată de planele $z = h/2$, $z = -h/2$, despre care s-a presupus că este permeabilă la curentul de gaz şi că este înzestrată cu aceleaşi caracteristici termice ca şi întreg mediul poros.

În lucrarea de faţă se va renunţa la aceste condiţii restrictive pentru intercalaţie şi se va presupune că ea este impermeabilă la curentul de gaz şi că are caracteristici termice diferite de cele ale zăcămîntului poros. Lărgirea acestor condiţii apropie modelul pe care îl vom studia, de fenomenul real.

În aceste ipoteze, cîmpul de temperatură va satisface ecuația

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}-\frac{1}{\alpha_1}\frac{\partial T}{\partial t}=0, \tag{3}$$

în intercalație și în mediul ambiant și ecuația

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+(1-2\nu)\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}-\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}=-\frac{S(r,z,t)}{k} \tag{4}$$

în zăcămînt, unde $S(r, z, t)$ are expresia (2), $\alpha_1$ este difuzivitatea termică a intercalației și a mediului ambiant, iar $\alpha$ este difuzivitatea zăcămîntului.

Ecuațiile (3) și (5) pot fi scrise sub forma unitară

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\left[1-2\nu+2\nu\theta\left(\frac{a}{2}-|z|\right)\right]\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}- \\ -\left[\frac{1}{\alpha}+\left(\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha}\right)\theta\left(\frac{a}{2}-|z|\right)\right]\frac{\partial T}{\partial t}=-\frac{S}{k}, \tag{5}$$

unde $\theta(x)$ este funcția lui Heaviside. Se vede că, în ecuația precedentă coeficienții sînt discontinui la trecerea frontierei de separație. Condițiile la limită pentru ecuația (5) sînt identice cu cele enunțate mai sus. Vom rezolva această problemă la limită cu ajutorul funcției lui Green.

Scriem, pentru aceasta, ecuația (5) sub forma

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+(1-2\nu)\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}-\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}= \\ =-\frac{S}{k}-2\nu\theta\left(\frac{a}{2}-|z|\right)\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\left(\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha}\right)\theta\left(\frac{a}{2}-|z|\right)\frac{\partial T}{\partial t} \tag{6}$$

cu scopul de a pune în evidență operatorul din membrul stîng, studiat și în [1]. Soluția fundamentală a ecuației (6) are expresia

$$G(r,z,t;r_0,z_0,t_0)=-\frac{r_0^{1-\upsilon}\,r^{\upsilon}\,e^{-\frac{r_0^2+r^2+(z-z_0)^2}{4\alpha(t-t_0)}}}{4\sqrt{\alpha\pi}\,(t-t_0)^{3/2}}\,I_{\nu}\left[\frac{rr_0}{2\alpha(t-t_0)}\right]. \tag{7}$$

Vom face produsul de convoluție între funcția lui Green și membrul drept al ecuației (6). Deoarece aceasta conține derivatele funcției necunoscute, vom obține o ecuație integro-diferențială, la care trebuie să satisfacă temperatura $T$. Vom avea

$$T(r,z,t)=\int_0^t\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}G(r,z,t;r_0,z_0,t_0)\left[-\frac{S}{k}-2\nu\theta\left(\frac{a}{2}-|z_0|\right)\frac{1}{r_0}\times\right. \\ \left.\times\frac{\partial T(r_0,z_0,t_0)}{\partial r_0}+\left(\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha}\right)\theta\left(\frac{a}{2}-|z_0|\right)\frac{\partial T(r_0,z_0,t_0)}{\partial t_0}\right]dz_0\,dr_0\,dt_0, \tag{8}$$

sau

$$T(r, z, t) = T_0(r, z, t) + T_1(r, z, t) + T_2(r, z, t), \tag{9}$$

unde s-a notat

$$T_0(r, z, t) = \int_0^t \int_0^\infty \int_{-\infty}^{\infty} G(r, z, t; r_0, z_0, t_0)\left(-\frac{s}{k}\right) dz_0\, dr_0\, dt_0, \tag{10}$$

$$T_1(r, z, t) = \int_0^t \int_0^\infty \int_{-\infty}^{\infty} G(r, z, t; r_0, z_0, t_0)\left[-2\nu\theta\left(\frac{a}{2} - |z|\right)\frac{1}{r_0}\frac{\partial T}{\partial r_0}\right] dz_0\, dr_0\, dt_0, \tag{11}$$

$$T_2(r, z, t) = \int_0^t \int_0^\infty \int_{-\infty}^{\infty} G(r, z, t; r_0, z_0, t_0)\left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha}\right)\theta\left(\frac{a}{2} - |z_0|\right)\frac{\partial T}{\partial t_0} dz_0\, dr_0\, dt_0. \tag{12}$$

Dar $T_0(r, z, t)$ are expresia

$$T_0(r, z, t) = \frac{H_m \lambda r^\nu}{8k} \int_0^t \frac{e^{-\frac{r^2 + \lambda t_0}{4\alpha(t - t_0)}}}{(t - t_0)(\lambda t_0)^{\nu/2}} I_\nu\left[\frac{r\sqrt{\lambda t_0}}{2\alpha(t - t_0)}\right] \times \tag{13}$$

$$\times \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\frac{h}{2} + z}{2\sqrt{\alpha(t - t_0)}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\frac{h}{2} - z}{2\sqrt{\alpha(t - t_0)}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\frac{a}{2} + z}{2\sqrt{\alpha(t - t_0)}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\frac{a}{2} - z}{2\sqrt{\alpha(t - t_0)}}\right)\right]$$

găsită în [2].

Funcția $T_1(r, z, t)$ are expresia

$$T_1(r, z, t) = \frac{\nu r^\nu}{2\sqrt{\alpha\pi}} \int_0^t \int_0^\infty \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial T}{\partial r_0} \frac{r_0^{-\nu}\, e^{-\frac{r_0^2 + r^2 + (z - z_0)^2}{4\alpha(t - t_0)}}}{(t - t_0)^{3/2}} I_\nu\left[\frac{r r_0}{2\alpha(t - t_0)}\right] dz_0\, dr_0\, dt_0.$$

Dacă facem o integrare prin părți în raport cu $r_0$, obținem

$$T_1(r, z, t) = \frac{\nu r^\nu}{2\sqrt{\alpha\pi}} \int_0^t \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left\{\frac{T r_0^{-\nu}\, e^{-\frac{r_0^2 + r^2 + (z - z_0)^2}{4\alpha(t - t_0)}}}{(t - t_0)^{3/2}} I_\nu\left[\frac{r r_0}{2\alpha(t - t_0)}\right]\right\}\Bigg|_0^\infty -$$

$$- \int_0^\infty T \frac{\partial}{\partial r_0}\left[\frac{r_0^{-\nu}\, e^{-\frac{r_0^2 + r^2 + (z - z_0)^2}{4\alpha(t - t_0)}}}{(t - t_0)^{3/2}} I_\nu\left[\frac{r r_0}{2\alpha(t - t_0)}\right]\right] dr_0\, dz_0\, dt_0.$$

Ținînd seama de condițiile impuse lui $T$ (funcție mărginită în tot spațiul) și de comportarea lui $I_\nu(x)$ în punctele $x = 0$ și $x \to \infty$, se obține

$$T_1(r,z,t) = \frac{\nu r^\nu}{4\alpha\sqrt{\alpha\pi}} \int_0^t \int_0^\infty \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{T r_0^{-\nu}}{(t-t_0)^{5/2}} \left[ r_0 I_\nu\left(\frac{r r_0}{2\alpha(t-t_0)}\right) - \right.$$

(14)

$$\left. - r I_{\nu+1}\left(\frac{r r_0}{2\alpha(t-t_0)}\right)\right] e^{-\frac{r_0^2 + r^2 + (z-z_0)^2}{4\alpha(t-t_0)}} \, dz_0 \, dr_0 \, dt_0.$$

Funcția $T_2(r,z,t)$ va avea expresia

$$T_2(r,z,t) =$$

$$= -\frac{r^\nu}{4\sqrt{\alpha\pi}}\left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha}\right) \int_0^\infty \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^t r_0^{1-\nu} \frac{\partial T}{\partial t_0} \frac{e^{-\frac{r^2 + r_0^2 + (z-z_0)^2}{4\alpha(t-t_0)}}}{(t-t_0)^{3/2}} I_\nu\left(\frac{r r_0}{2\alpha(t-t_0)}\right) dt_0 \, dz_0 \, dr_0.$$

Dacă integrăm membrul drept prin părți în raport cu $t_0$, vom avea

$$T_2(r,z,t) =$$

$$= -\frac{r_\nu}{4\sqrt{\alpha\pi}}\left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha}\right) \int_0^\infty \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left\{ r_0^{1-\nu} T \frac{e^{-\frac{r^2 + r_0^2 + (z-z_0)^2}{4\alpha(t-t_0)}}}{(t-t_0)^{3/2}} I_\nu\left(\frac{r r_0}{2\alpha(t-t_0)}\right)\right\}_0^t -$$

$$- \int_0^t T r_0^{1-\nu} \frac{\partial}{\partial t_0}\left[ \frac{e^{-\frac{r^2 + r_0^2 + (z-z_0)^2}{4\alpha(t-t_0)}}}{(t-t_0)^{3/2}} I_\nu\left(\frac{r r_0}{2\alpha(t-t_0)}\right)\right] dt_0 \Bigg\} dz_0 \, dr_0.$$

Ținînd seama că $T(r,z,t) = 0$ și că $I_\nu(z)$ se comportă

$$I_\nu(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}\left[1 + O\left(\frac{1}{z}\right)\right]$$

[3], cînd $z \to \infty$, rezultă pentru $T_2(r,z,t)$ expresia

$$T_2(r,z,t) = \frac{r^\nu}{16\alpha\sqrt{\alpha\pi}}\left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha}\right) \int_0^t \int_0^\infty \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} T r_0^{1-\nu} \frac{e^{-\frac{r^2 + r_0^2 + (z-z_0)^2}{4\alpha(t-t_0)}}}{(t-t_0)^{7/2}} \times$$

(15)

$$\times \left\{ [2\alpha(3 + 2\nu)(t-t_0) - (r^2 + r_0^2 + (z-z_0)^2)] I_\nu\left(\frac{r r_0}{2\alpha(t-t_0)}\right) + \right.$$

$$\left. + 2 r r_0 I_{\nu+1}\left(\frac{r r_0}{2\alpha(t-t_0)}\right)\right\} dz_0 \, dr_0 \, dt_0.$$

Dacă se ține seama de (14) și (15) în (9), se obține

$$T(r,z,t)=T_0(r,z,t)+\frac{r^{\nu}}{16\alpha\sqrt{\alpha\pi}}\int_0^t\int_0^{\infty}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}T(r_0\,z_0,\,t_0)\,\frac{e^{-\frac{r^2+r_0^2+(z-z_0)^2}{4\alpha(t-t_0)}}}{(t-t_0)^{7/2}}\,r_0^{1-\nu}\times$$

$$\times\left\{\left[(t-t_0)\left[4\nu+\left(\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha}\right)2\alpha(3+2\nu)\right]-\right.\right.$$

$$-\left(\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha}\right)(r^2+r_0^2+(z-z_0)^2)\Big]I_{\nu}\left(\frac{rr_0}{2\alpha(t-t_0)}\right)+2r\left[r_0\left(\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha}\right)-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{2\nu}{r_0}(t-t_0)\right]I_{\nu+1}\left(\frac{rr_0}{2\alpha(t-t_0)}\right)\right\}\mathrm{d}z_0\,\mathrm{d}r_0\,\mathrm{d}t_0,$$

unde $T_0(r, z, t)$ are expresia (13). Este o ecuație integrală pentru $T(r, z, t)$, care urmează a fi integrată printr-una din metodele uzuale, pentru a se obține distribuția de temperatură în zăcămînt.

*Primită la 15 iunie 1978*

*Universitatea din Craiova*

## BIBLIOGRAFIE

1. Thomas G. W., *A Study of Forward Combustion in a Radial System Bounded by Permeable Media.* J. of Petroleum Technology, October 1965.
2. Nikiforov A., Uvarov V., *Éléments de la théorie des fonctions spéciales.* Éditions Mir, Moscou, 1976.

## UNDERGROUND COMBUSTION IN THE POROUS MEDIUM WITH AN IMPERMEABLE INSERTION

(Summary)

The problem of the underground combustion in the porous medium with an impermeable insertion is considered. The equations of the temperature field are resolved in this case.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.833

# TOOTH PROFILE ERROR AS PERTURBING FACTOR IN THE DYNAMICS OF MECHANISMS WITH GEAR WHEELS

BY

V. MERTICARU

**1. General Considerations.** The work of mechanisms with gear wheels is influenced by numerous constructive, technological and exploitation factors [1], [5], [6], [9], [12], [14].

The research workers direct today their care especially upon the dynamic phenomena which accompany the work of mechanisms with gear wheels [3], [7], [8], [11]. The vibrations, noise, tooth separations as well as the supplementary dynamic forces are today more and more precisely determined by calculus and experimentally verified [2], [4], [10], [15], [16].

The mathematical modelling aims at the influence of different parameters separately considered as well as the ensemble behaviour of mechanism with gear wheels. The electronic computer and the mathematic statistics constitute precious analysis instruments in this field.

The tooth profile error represents the parameter which exerts the greatest influence upon the dynamic penomena which accompany the work of mechanisms with gear wheels.

The present paper intends to present the mathematical modelling of the reduced tooth profile error as well as its influence upon the vibrations and noise of mechanisms with gear wheels. The paper relies on the original theoretical and experimental research works of the author carried out along many years.

**2. Mathematical Modelling of the Tooth Profile Error.** The consideration of the tooth profile error as perturbing factor in the dynamic model of the mechanism with gear wheels [7], [10], is proved scientifically through real appearance of the profile curve of the gear tooth obtained by the gear cutting. The real profile curve of a gear tooth is able to be approximated through a sinusoidal wave,

$$E_1 = E_{01} \sin(\omega t + \alpha_1), \qquad E_2 = E_{02} \sin(\omega t + \alpha_2). \tag{1}$$

The two real profiles of the conjugated gear teeth, describe relative motion of rotation accompanied by sliding. In this way, the reduced tooth profile error enters in the dynamic model of the mechanism with gear wheels as algebraic sum of the conjugated gear teeth errors, [7], [8], [10],

$$E = E_0 \sin(\omega t + \alpha). \tag{2}$$

The relation (2) defines the reduced tooth profile error for the ensemble of mechanism with gear wheels as elastic system. Three sizes have a special importance in the determination of the reduced tooth profile error : amplitude $E_0$, beat $\omega$ and initial phase $\alpha$. Through these, the reduced tooth profile error shows decisively their influence as perturbing factor in the dynamics of mechanism with gear wheels.

The relations (1) and (2) permit to determine amplitude

$$E_0 = ((E_{01} \cos \alpha_1 + E_{02} \cos \alpha_2)^2 + (E_{01} \sin \alpha_1 + E_{02} \sin \alpha_2)^2)^{\frac{1}{2}}, \tag{3}$$

and initial phase

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_{01} \sin \alpha_1 + E_{02} \sin \alpha_2}{E_{01} \cos \alpha_1 + E_{02} \cos \alpha_2}. \tag{4}$$

The initial phases $\alpha_1$ and $\alpha_2$ may be determined through the study of real profile curves of the conjugated gear teeth

$$\sin \alpha_1 = \frac{E_{10}}{E_{01}}, \quad \sin \alpha_2 = \frac{E_{20}}{E_{02}}. \tag{5}$$

The beat $\omega$ may be determined through the consideration of the complete sinusoide number $n$ on the real profile of each of the conjugated gear teeth, of meshing time $t_a$ and of contact ratio $\varepsilon$,

$$\omega = \omega_1 z_1 \frac{n}{\varepsilon} = \omega_2 z_2 \frac{n}{\varepsilon}. \tag{6}$$

In relation (6) $n$ represents the greatest value between $n_1$ and $n_2$.

**3. Experimental Techniques.** The characteristic parameters of investigated gear wheels are presented in Table 1.

**Table 1**

| No | $z_1$ | $z_2$ | $m$ | $\alpha_0$ | $f_0$ | $w_0$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $\beta_0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | $\frac{5}{9}\pi$ | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 17 | 29 | 5 | | 1,0 | 0,25 | 0 | 0 | 0 |

For these gear wheels there were traced the profilogrammes of all gear teeth. The profilogrammes of two conjugated gear teeth are represented in Figs. 1 and 2.

The values of the sizes $E_{10}$, $E_{01}$, $n_1$, $E_{20}$, $E_{02}$, $n_2$ for all gear teeth of the two gear wheels are given in Table 2.

In Table 3 are given the greatest values of $n$ between $n_1$ and $n_2$, values corresponding to all possible combinations of gear teeth of the two gear wheels.

Fig. 3 shows the principle scheme of the stand with close circuit for the determination of the tooth profile error influence upon the gear noise.

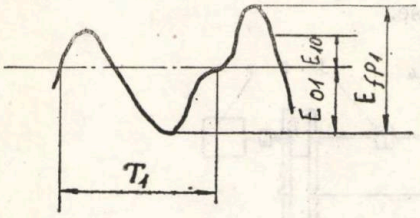



Fig. 1

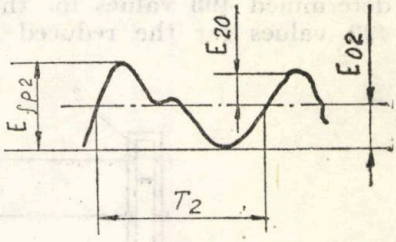



Fig. 2

The electric motor *1* drives the test gearing 5 and the closing gearing *2*. The loading is achieved by a special coupling *3*. The test gearing 5 is in the anechoic chamber, separated of drive compartment by a wall *4*.

Table 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | Tooth number | $E_{10}$ | $E_{01}$ | $n_1$ | Tooth number | $E_{20}$ | $E_{02}$ | $n_2$ |
| 3 | 1 | 4 | 8 | 1,5 | 1 | —4 | 9,5 | 1,3 |
| 4 | 2 | 7 | 8 | 1,5 | 2 | —4 | 9,0 | 1,5 |
| 5 | 3 | 5 | 8,5 | 1,6 | 3 | —3 | 11,0 | 1,7 |
| 6 | 4 | 2 | 9 | 1,8 | 4 | 1,7 | 11,5 | 1,8 |
| 7 | 5 | 6 | 10 | 1,9 | 5 | 2 | 10 | 1,3 |
| 8 | 6 | 1,5 | 11 | 1,2 | 6 | —6 | 10 | 1,2 |
| 9 | 7 | 1,2 | 10,5 | 1,7 | 7 | —6,5 | 9 | 1,2 |
| 10 | 8 | 6 | 7 | 1,7 | 8 | —8 | 11 | 1,4 |
| 11 | 9 | 5 | 8 | 1,6 | 9 | 3 | 10 | 1,4 |
| 12 | 10 | 6,5 | 8,5 | 1,3 | 10 | —5 | 8,5 | 1,2 |
| 13 | 11 | 3 | 8,5 | 1,3 | 11 | 1 | 5 | 1,3 |
| 14 | 12 | —2 | 9 | 1,7 | 12 | 3 | 8 | 1,5 |
| 15 | 13 | 6 | 9 | 1,5 | 13 | —6 | 8 | 1,6 |
| 16 | 14 | 8 | 9 | 1,7 | 14 | —5,5 | 8,5 | 1,4 |
| 17 | 15 | 9 | 9,5 | 1,6 | 15 | —4 | 11 | 1,7 |
| 18 | 16 | 6 | 10,5 | 1,6 | 16 | —2 | 9 | 1,2 |
| 19 | 17 | 3 | 10 | 1,7 | 17 | 0 | 7,5 | 1,0 |
| 20 | | | | | 18 | 1 | 8 | 1,2 |
| 21 | | | | | 19 | —3 | 11 | 1,3 |
| 22 | | | | | 20 | —1 | 8 | 1,7 |
| 23 | | | | | 21 | 5 | 8,5 | 1,5 |
| 24 | | | | | 22 | 2,5 | 6 | 1,6 |
| 25 | | | | | 23 | 4 | 6 | 1,7 |
| 26 | | | | | 24 | —3 | 9 | 1,4 |
| 27 | | | | | 25 | —3 | 11 | 1,4 |
| 28 | | | | | 26 | 2 | 10 | 1,5 |
| 29 | | | | | 27 | 5 | 11 | 1,6 |
| 30 | | | | | 28 | 3 | 11 | 1,3 |
| 31 | | | | | 29 | 2 | 12 | 1,2 |

Fig. 4 shows the acoustic treatment of the anechoic chamber.

**4. Obtained Results.** Using the profilogrammes, traced for all gear teeth of the gear wheels and the relations (1), (2), (3), (4), (5) there were determined 493 values for the reduced tooth profile error $E_0$ as well as 493 values for the reduced initial phase.

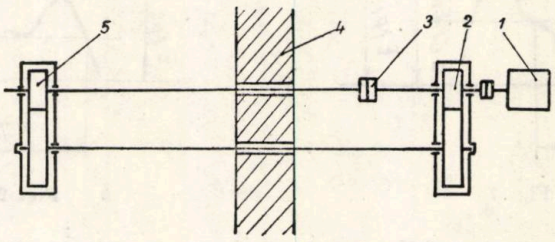



Fig. 3

Table 3

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,3 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 3 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,5 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 4 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 |
| 5 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | 1,8 |
| 6 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,3 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 7 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,2 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 8 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,2 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 9 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,4 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,4 | 1,4 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 10 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,6 | 1,9 | 1,4 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,4 | 1,4 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 11 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,2 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 12 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,3 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 13 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,5 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 14 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,6 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,7 | 1,6 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 15 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,4 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,4 | 1,4 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 16 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 |
| 17 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,2 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 18 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,2 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 19 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,2 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 20 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,3 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 21 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 |
| 22 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,5 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 23 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,6 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,7 | 1,6 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 24 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,7 |
| 25 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,4 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,4 | 1,4 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 26 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,4 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,4 | 1,4 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 27 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,5 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 28 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,6 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,7 | 1,6 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 29 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,3 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |
| 30 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 1,9 | 1,2 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,3 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,7 |

Figs. 5, 6, 7 show 87 values for $E_0$. The reduced tooth profile error $E_0$ changes between $E_{0min} = 8{,}856$ μm and $E_{0max} = 22{,}997$ μm.

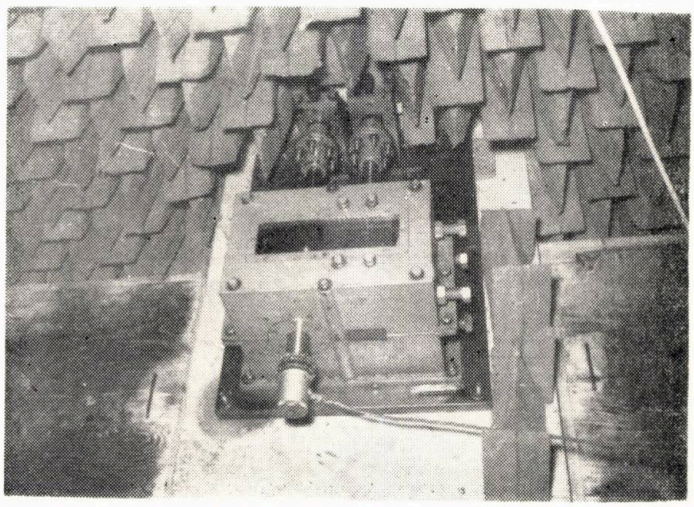


Fig. 4

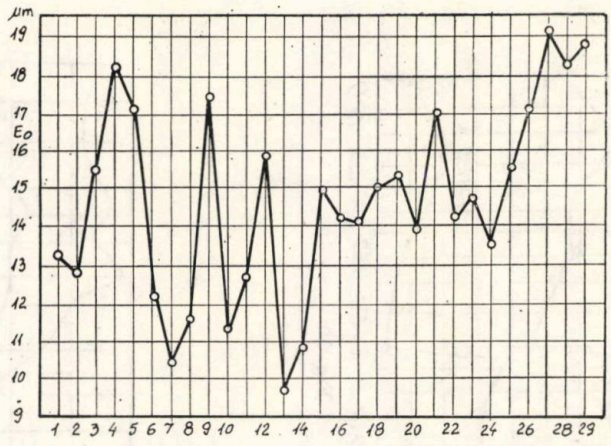



Fig. 5

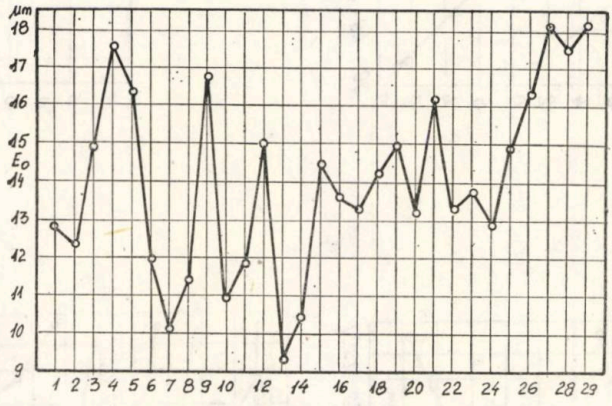



Fig. 6

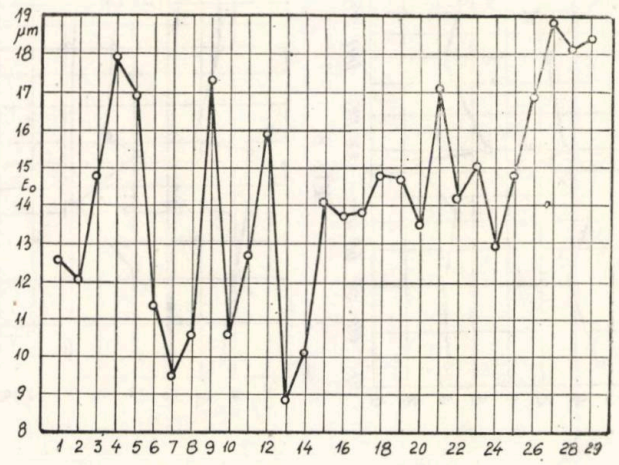



Fig. 7

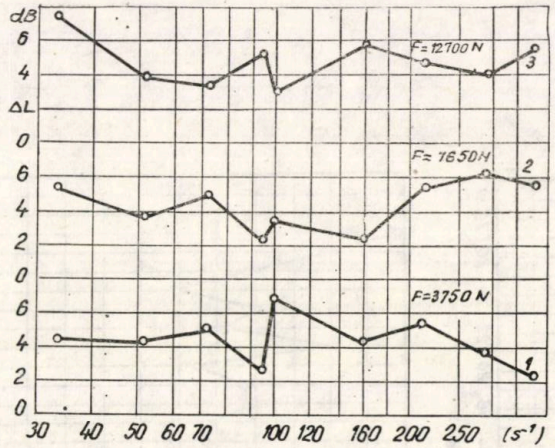



Fig. 8

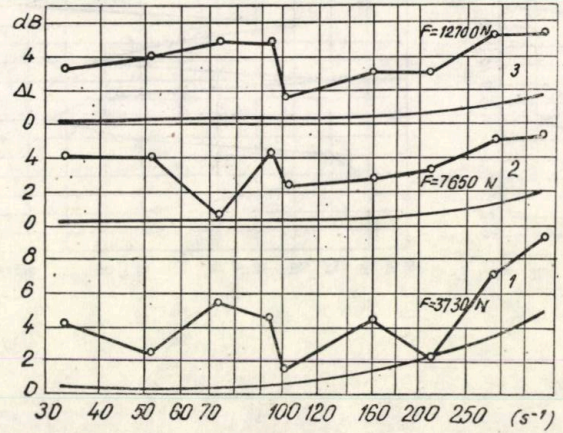



Fig. 9

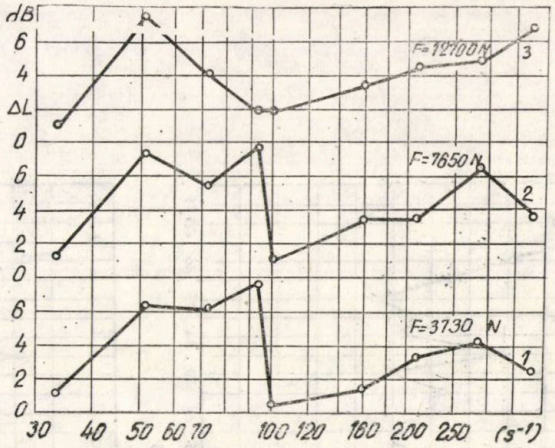



Fig. 10

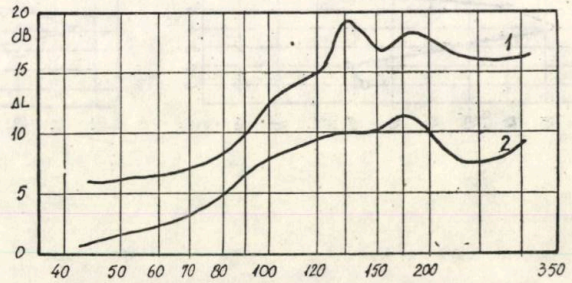



Fig. 11

The function tg$\alpha$ of the reduced initial phase changes between $(\text{tg}\alpha)_{min} = -0{,}613$ and $(\text{tg}\,\alpha)_{max} = 1{,}730$.

Using the relation (6) there were calculated 493 values of the beat $\omega$ which changes between $\omega_{min} = 425{,}96271\ s^{-1}$ and $\omega_{max} = 674{,}44097\ s^{-1}$.

Using the original mathematical model proposed by the author [8] there was determined by calculus the manner in which the reduced tooth profile error influenced upon the tooth separations.

Figs. 8, 9, 10, 11 show the experimental as well as the calculated results function of the rotation speed of the pinion. Fig. 8 shows the increasing $\Delta L$ (dB) of the acoustic pressure level (contact frequency) due to the increasing of the amplitude of the reduced tooth profile error from $E_0 = 23\ \mu m$ to $E_0 = 39\ \mu m$; by means of calculus there was obtained $\Delta L = 6$ (dB). Fig. 9 shows the increasing $\Delta L$ (dB) of the acoustic pressure level (natural frequency of the mechanism with gear wheels); the uninterrupted line represents the calculated results. Fig. 10 shows the increasing $\Delta L$ (dB) of the total acoustic pressure level of the gear noise. Fig. 11 shows the increasing $\Delta L$ (dB) of the total acoustic pressure level of the gear noise, due to the increasing of the reduced tooth profile error from $E_0 = 3\ \mu m$ to $E_0 = 25\ \mu m$ (curve *1*) as well as from $E_0 = 12{,}5\ \mu m$ to $E_0 = 25\ \mu m$ (curve *2*).

**5. Conclusions.** On examining the foregoing problems it could be drawn the following conclusions:

1. The reduced tooth profile error changes from a tooth pair to another in amplitude $(E_{0max}/E_{0min} = 2{,}59)$ as well as in the initial phase $(\text{tg}\,\alpha_{max}/\text{tg}\,\alpha_{min} = -2{,}82)$ and in the beat $(\omega_{max}/\omega_{min} = 1{,}58)$.

2. The increasing of the tooth profile error determines a diminution of the work speed at which the tooth separations appear.

3. The reduced tooth profile error exerts a great influence upon the gear noise. The doubling of the reduced tooth profile error leads to an increasing of the gear noise with 7 ... 8 dB.

**Notations**

$z_1$ — number of teeth in pinion
$z_2$ — number of teeth in gear
$m$ — module
$\alpha_0$ — normal angle of the basic rack tooth profile
$f_0$ — coefficient of the addendum
$w_0$ — coefficient of the basic rack bottom clearance
$\xi_1$ — coefficient of the pinion addendum modification
$\xi_2$ — coefficient of the gear addendum modification
$K$ — coefficient of the center distance modification
$\beta_0$ — helix angle
$E_{fp}$ — standard tooth profile error
$E_1$ — tooth profile error in pinion
$E_2$ — tooth profile error in gear
$E_{01}$ — amplitude of the tooth profile error in pinion
$E_{02}$ — amplitude of the tooth profile error in gear
$t$ — time
$\alpha_1$ — initial phase in pinion
$\alpha_2$ — initial phase in gear
$E_{10}$ — tooth profile error of addendum in pinion
$E_{20}$ — tooth profile error of addendum in gear
$E$ — reduced tooth profile error for the mechanism with gear wheels
$E_0$ — amplitude of the reduced tooth profile error
$\alpha$ — reduced initial phase
$T$ — period of the sinusoid which represents the real profile curve of a gear tooth

$t_a$ — meshing time fo two conjugated gear teeth
$\omega$ — reduced beat
$\varepsilon$ — contact ratio
$n_1$ — number of sinusoids on the tooth profile in pinion
$n_2$ — number of sinusoids on the tooth profile in gear
$\omega_1$ — rotation speed of pinion
$\omega_2$ — rotation speed of gear

*Received May 23, 1979*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Machine Details*

## REFERENCES

1. Arai N., Aida T., *Research on the Force-fitted Gear 7. On the Change of Stresses at the Circumference of the Force-fitted part in the Slipping Test.* Bul. of J.S.M.E., **18**, *125*, Tokyo, 1 325—1 331 (1975) (EIDM, No. *24*, 1976).
2. Azar R. C., Crossley F. R. E., *Digital Simulation of Impact Phenomenon in Spur Gear Systems.* Trans. ASME, B **99**, *3*, 792—798 (1977) (EIDM, No. *8*, 1978).
3. Crisp J. D. C., Rebbechi B., *On the Elastokinematics of the Involute Gear Pair.* Trans. ASME, B. **99** *3*, 648—655 (1977) (EIDM, No. *8*, 1978).
4. Herwig D., *Lebensdauerechnung von Zahnradgetrieben.* Maschinenbautechnik, **26**, *12*, 564—567 (1977) (EIDM, No. *33*, 1978).
5. Hutten C. L., *Getting More from Spur Gears.* Machine Design, **47**, *1*, 106—110 (1975) (EIDM) No. *24* (1975).
6. Merticaru V., *Influence of Different Parameters Concerning the Gear Noise Reduction.* Bul. Inst. polit., Iași, **XVI** (XX), *3—4*, s. IV, 95—102 (1970).
7. Merticaru V., *Influența erorii de formă a profilului dintelui asupra zgomotului în funcționare la mecanismele cu roți dințate.* IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Design Methods, Bucharest, 1973, Volume C, 190—201.
8. Merticaru V., *Discontinuități de angrenare în funcționarea mecanismelor cu roți dințate.* Simpozion de mecanisme și transmisii mecanice, Reșița, 1976, Volumul **4**, 1 059—1 066.
9. Merticaru V., Atanasiu V., *Factori constructivi și tehnologici care determină eroarea de formă a profilului dintelui la roți dințate.* A II-a Conferință, Universitatea Galați, 1977, 85—88.
10. Merticaru V., *Determinarea erorii de formă a profilului dintelui la mecanismele cu roți dințate.* Second IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Design Methods, Bucharest, 1977, Volume **III-2**, 401—412.
11. Merticaru V., *Processing Precision Influence upon the Gear Noise and Vibrations.* 9-th International Congress on Acoustics, Madrid, 1977, E *56*, 206.
12. Merticaru V., Popinceanu N., Atanasiu V., Popovici A., *Încercări rapide de durabilitate la angrenaje.* „Tribotehnica", Galați, 1978.
13. Nakamura K., *Tooth Separations and Abnormal Noise on Power Transmission Gears.* Bull. of JSME, **10**, *41* (1967).
14. Siedke E., *Zahnräder aus thermoplastischen Kunststoffen für die Anwendung im allgemeinen Maschinenbau.* Konstruction, **29**, *10*, 403—408 (1977) (EIDM, No. *4*, 1978).
15. Tobe T., Sato K., *Statistical Analysis of Dynamic Loads on Spur Gear Teeth.* Bull. of JSME, **20**, *145*, 882—889 (1977) (EIDM, No. *9*, 1978).
16. Tobe T., Sato K., Takatsu N., *Statistical Analysis of Dynamic Loads on Spur Gear Teeth.* Bull. of JSME, **20**, *148*, 1 315—1 320 (1977) (EIDM, No. *33*, 1978).

## EROAREA DE FORMĂ A PROFILULUI DINTELUI CA FACTOR PERTURBATOR ÎN DINAMICA MECANISMELOR CU ROȚI DINȚATE

(Rezumat)

Lucrarea prezintă modelarea matematică a erorii reduse de formă a profilului dintelui la mecanismele cu roți dințate. Folosind calculatorul numeric s-au determinat valorile erorii reduse de formă a profilului dintelui și influența lor asupra zgomotului și asupra fenomenului de discontinuitate în angrenare. Rezultatele obținute prin calcul sînt comparate cu rezultatele experimentale; se constată o bună concordanță.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 624.043

# A NUMERICAL ANALYSIS OF RESIDUAL STRESS STATE IN ELASTIC-PLASTIC LINE CONTACT

BY

SPIRIDON S. CREŢU and OVIDIU S. CREŢU

**0. Introduction.** When two rolling bodies are loaded with a sufficiently large contact pressure to exceed the elastic limit, the local plastic deformations take place in a layer beneath the rolling surfaces.

After the passage of the load, the materials of the rolling bodies are left in a state of residual stress, generally caracterizied by three normal stresses, $\sigma_{XR}$, $\sigma_{YR}$, $\sigma_{ZR}$ and three tangential stresses, $\tau_{XRY}$, $\tau_{YRZ}$ and $\tau_{ZXR}$.

Since the assumptions of proportional loading [1] are not satisfied, the small strain deformation theory can not be used. The theory of plastic yielding of elastic bodies with liniar hardening applied to a contact problem is accompanied by an intricate system of differential equations which are not possible to be solved at the present state of art. The major difficulty arises from the unknown shape and location of the elastic-plastic interface.

Using the theory of plastic yielding of elastic-perfectly-plastic solids, simpler equations, possible to be solved by aproximative methods, are obtained.

This last theory is applied in order to determine the state of residual stress, obtained in the case of the line contact, loaded in elastic-plastic domain. The general procedure is that presented by M e r w i n and J o h n s o n [2].

**1. Theoretical Study.** In a contant loading, no matter what yield condition is used, the yielding is first occured on the center's line beneath the contact surface (Fig. 1).

The H u b e r—M i s e s—H e n c k y condition [3] states that the second invariant of the stress deviation, $J_2$ can not exceed the value of the yield limit in simple shear $k$. In Fig. 2 are shown contours fo constant values of $J_2$ expressed in terms of the maximum contact pressure $\sigma_0$.

The depth $z = 0{,}7b$ is obtained for the point where the yielding is first reached. If the load that produced the exceeding of the elastic limit, have been removed, the material layer plastically deformed is left in a state of residual stress.

In order to find out the state of residual stress, the following assumptions are used :

i) the materials of the rolling bodies are isotropic, and elastic-perfectly-plastic (without work-hardening) ;

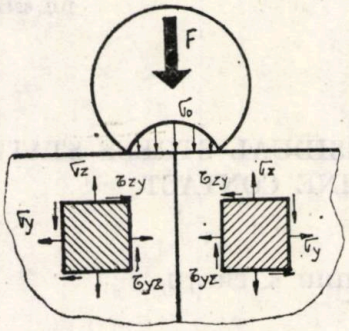



Fig. 1

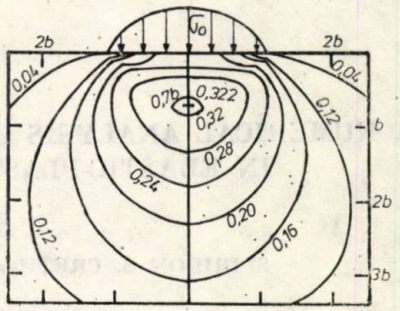



Fig. 2

ii) the contact is done between a rigid cylinder with infinite length on a semi-infinite solid with a plane surface (Fig. 1) resulting a state of plane deformation ; it means that will not exist axial strain $\varepsilon_x$, and also all the other strains will be independent of the variable $z$. Assuming a steady and continuous state of plastic deformations, the plane body will be left with a plane surface after the load pasasge, so that, all the components of both tensors, the residual stress and the residual strain will be independent of variable $y$. Tne possible systems of residual stress and residual strain are :

$$(1)\quad \begin{cases} \sigma_{xR} = f_1(z), \\ \sigma_{yR} = f_2(z), \\ \sigma_{zR} = \tau_{yzR} = \tau_{xzR} = \tau_{xyR} = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} \varepsilon_{xR} = f_3(z), \\ \gamma_{yzR} = f_4(z), \\ \varepsilon_{xR} = \varepsilon_{yR} = \gamma_{xzR} = \gamma_{xyR} = 0. \end{cases}$$

Prandtl – Reuss equations [3] was used for the determination of the components of the stress tensor in the plastic domain :

$$(2)\quad \begin{cases} \dot{e}_{ij} = \dfrac{\dot{s}_{ij}}{2\mu} + \lambda s_{ij}, \\ \\ \dot{\varepsilon}_m = \dfrac{1}{3k}\dot{\sigma}_m, \end{cases} \qquad i, j = x, y, z.$$

In these equations $s_{ij}$ are the stress deviations and $e_{ij}$ are the strain deviations ; $\dot{s}_{ij}$ and $\dot{e}_{ij}$ are the rates of change of the stress deviations and strain deviations respectively. Using Einstein's notation, the quantities $s_{ij}$ and $e_{ij}$ are defined by the following equations :

$$(3)\quad \begin{cases} s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}, \\ \sigma_m = \dfrac{1}{3}\sigma_{ij}; \end{cases} \qquad \begin{cases} e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_m \delta_{ij}, \\ \varepsilon_m = \dfrac{1}{3}\varepsilon_{ij}; \end{cases} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}.$$

In equation (2) $\lambda$ is a parameter that for the Huber-Mises-Hencky yield condition has the value

$$\lambda = \frac{\dot{W}}{2k^2}, \tag{4}$$

where $\dot{W}$ is the rate of change of the energy irreversible dissipated by plastic deformation

$$\dot{W} = s_{ij}\dot{e}_{ij}. \tag{5}$$

The introduction of the equations (3) — (5) in Prandtl-Reuss equations make possible to calculate the rate of change of stress deviations when the strain deviations are known:

$$s_{ij} = 2\mu\left(\dot{e}_{ij} - \frac{\dot{W}}{2k^2}s_{ij}\right), \qquad i, j = x, y, z. \tag{6}$$

These equations apply during plastic deformations as long as the following conditions are simultaneously fulfilled:

$$\left\{ J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij} \geqslant k^2, \quad \dot{W} \geqslant 0. \right. \tag{7}$$

If one of equations (7) are not satisfied the following equations, specific to elastic domain, will be applied:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\sigma_x}{\sigma_0} = 2\mu\bar{z}\left[\sqrt{\dfrac{1+t}{t}} - 1\right], \quad \dfrac{\sigma_y}{\sigma_0} = \left[\sqrt{\dfrac{1+t}{t}}\left(2 - \dfrac{\bar{z}}{t+\bar{z}^2}\right) - 2\right], \\ \dfrac{\sigma_z}{\sigma_0} = -\dfrac{\bar{z}^3}{t^2+\bar{z}^2}\sqrt{\dfrac{1+\bar{z}^2}{t}}, \quad \dfrac{\tau_{yz}}{\sigma_0} = -\dfrac{\bar{y}\bar{z}}{t^2+\bar{z}^2}\sqrt{\dfrac{t}{1+t}}, \\ \dfrac{\tau_{xy}}{\sigma_0} = \dfrac{\tau_{xz}}{\sigma_0} = 0, \end{array} \right. \tag{8}$$

where $\bar{y} = y/b$, $\bar{z} = z/b$, and $t$ is the greatest root of the equation

$$\frac{\bar{y}^2}{1+t} + \frac{\bar{z}^2}{t} = 1. \tag{9}$$

In order to apply equations (6) the hypothesis that the strain cycle in the plastic domain remains identical with the elastic strain cycle, is admitted.

Because the rolling motion are performed with a constant peripheral velocity the time is substituted by variable $y$.

**3. Numerical Integration Proceeding.** Because the strain tensor in the plastic domain is assumed to be the same as in the elastic domain, it is known throughout the field. Let us to consider in a $z$ = constant plane the first point that fulfils the equations (7); for this point the strain tensor and its rate of change are determined using equations (8) and the rate of

change for the stress deviations $s_{ij}$ are computing using equations (6). These values are used further to obtain the stress deviations components, $\dot{s}_{ij}$, for a point placed at a very small distance $\Delta y$, on the rolling direction. This process is continued, step by step, the variation of the stress components with variable $y$ being finally obtained. The numerical integration of equations (6) was carried out by the IV-th order Runge-Kutta method [4], using a FORTRAN IV programme for the FELIX C-256 computer.

This integration methods causes a much smaller error than the Runge–Kutta Gill tehnique used, for the same problem, by Merwin and Johnson [2].

If the loading exceeds the elastic limit, the stress tensor components obtained by numerical integration will have non-zero values, $\sigma'_{xR}$, $\sigma'_{yR}$, $\sigma'_{zR}$, $\tau'_{xyR}$, when the variable $y$ increases to infinite in the above mentioned computation.

The experimental measurements of residual stress state, [5] — [9], have shown that the component $\sigma'_{zR}$ is negligible small and can be considered zero. In order to obtain zero values for the components $\sigma'_{zR}$ and $\tau'_{xyR}$ the materials are permitted to relax elastically until $\sigma'_{zR} = \tau'_{xyR} = 0$.

The other components of the stress tensor become

$$\sigma_{xR} = \sigma'_{xR} - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma'_{zR}, \qquad \tau_{yR} = \tau'_{yR} - \frac{\nu}{1-\nu}\tau'_{zR}. \tag{10}$$

At the second passage to the load, the residual stresses $\sigma_{xR}$ and $\sigma_{yR}$, computed as was shown above, are considered as initial stresses. The process is repeted until there is no further change in $\sigma_{xR}$ and $\sigma_{yR}$.

In Figs. 3—6 are shown variations of the stress components $\sigma_{xR}$, $\sigma_{yR}$, $\sigma_{zR}$ and $\tau_{xyR}$ respectively, with variable $y$ at a constant plane, $z = b$, and a load corresponding to the maximum contact pressure $\sigma_0 = 5{,}5\,k$. The interval $\Delta y$ was $0{,}01\,b$.

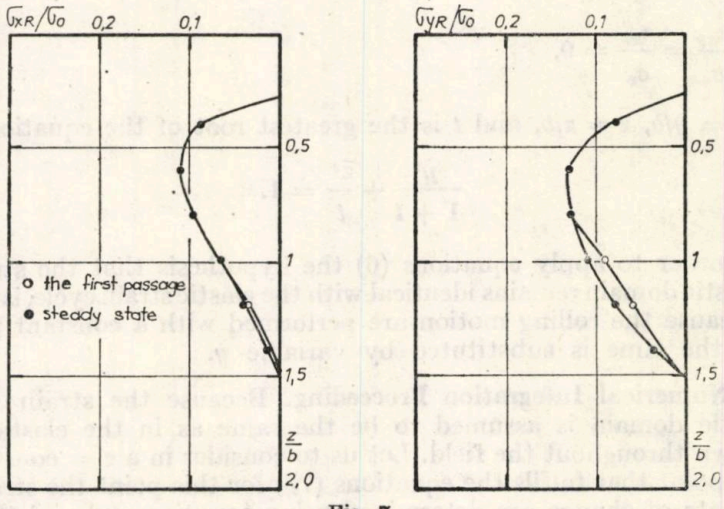



Fig. 7

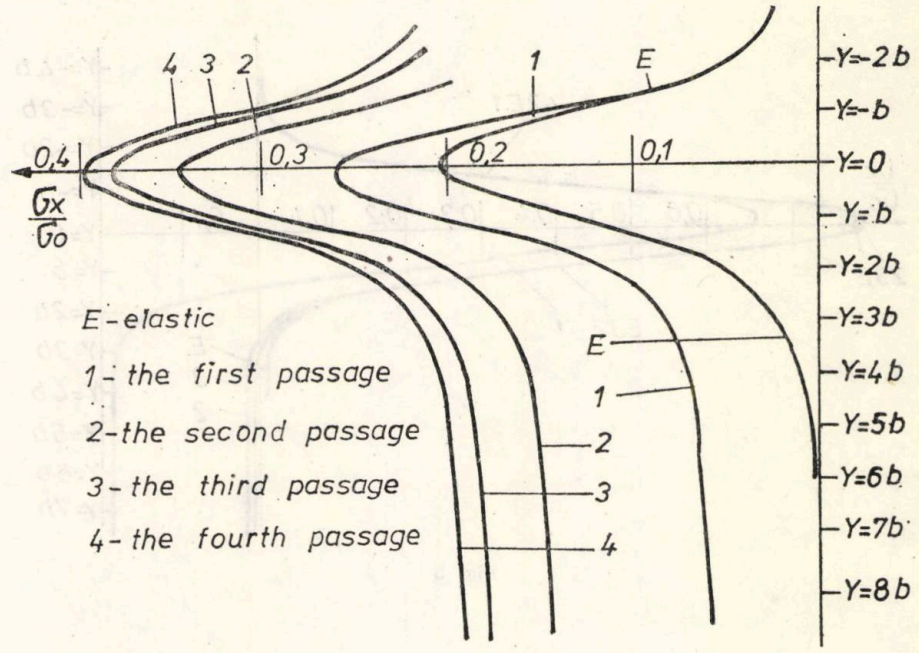

4 3 2
1
E
0,4
0,3
0,2
0,1
σx/σo
E - elastic
1 - the first passage
2 - the second passage
3 - the third passage
4 - the fourth passage
Y=-2b
Y=-b
Y=0
Y=b
Y=2b
Y=3b
Y=4b
Y=5b
Y=6b
Y=7b
Y=8b

Fig. 3

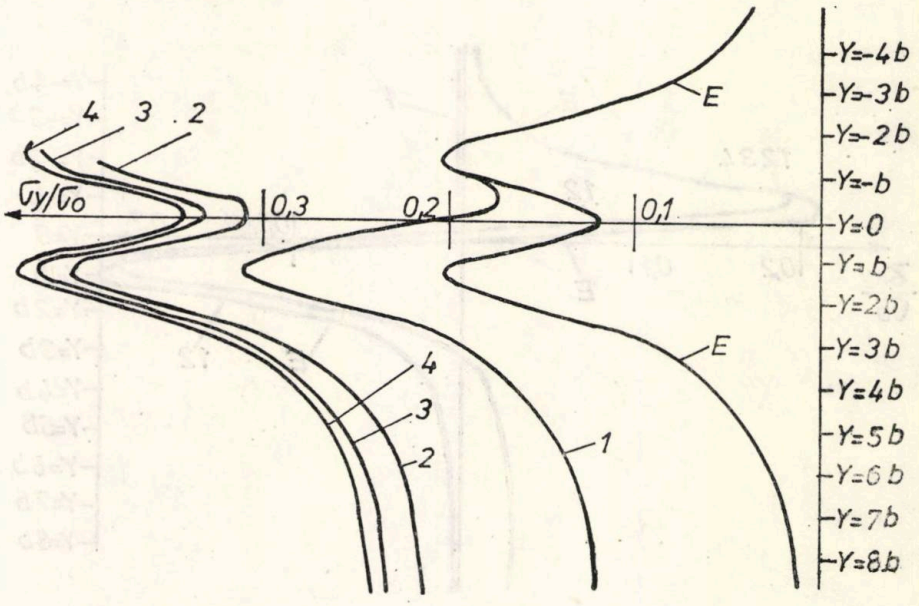

4 3 2
σy/σo
0,3
0,2
0,1
E
E
1
4
3
2
Y=-4b
Y=-3b
Y=-2b
Y=-b
Y=0
Y=b
Y=2b
Y=3b
Y=4b
Y=5b
Y=6b
Y=7b
Y=8b

Fig. 4

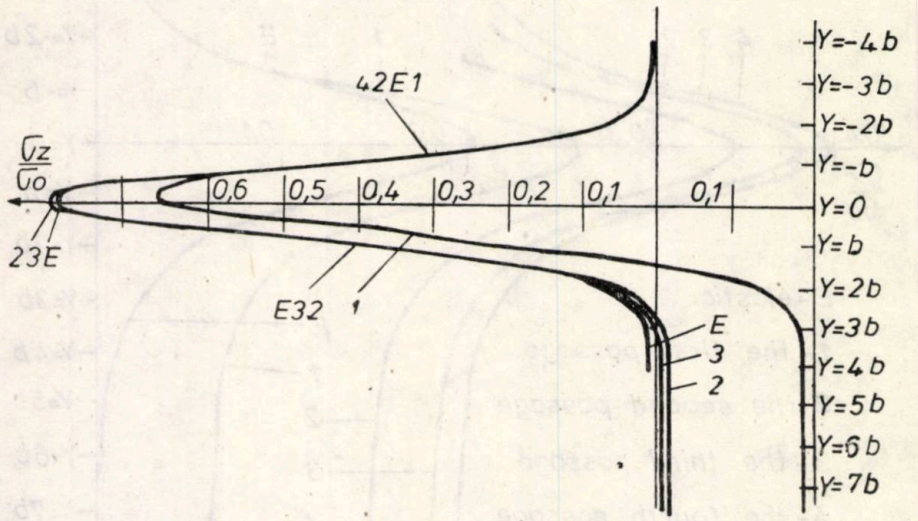

42E1
σz/σo
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,1
23E
E32
1
E
3
2
Y=-4b
Y=-3b
Y=-2b
Y=-b
Y=0
Y=b
Y=2b
Y=3b
Y=4b
Y=5b
Y=6b
Y=7b

Fig. 5

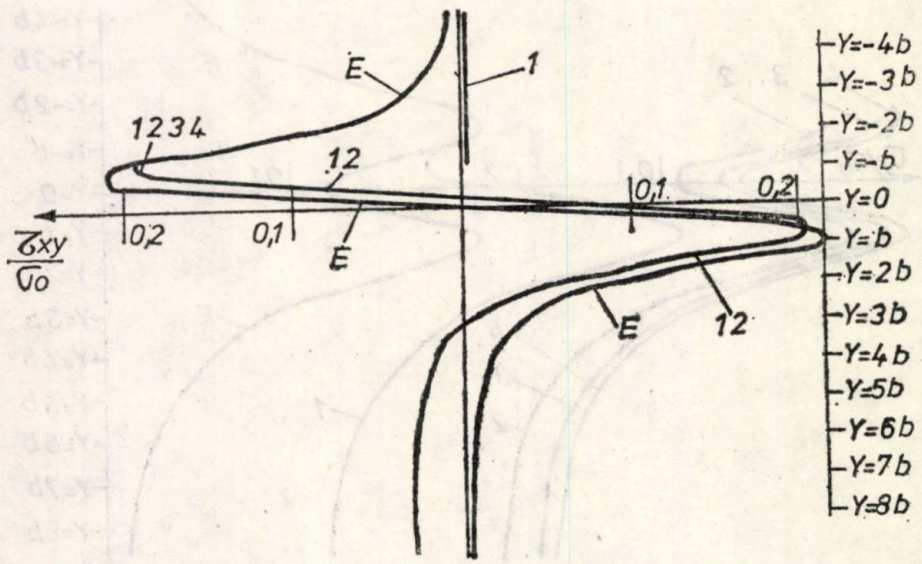

E
1
1234
12
0,1
0,2
τxy/σo
0,2
0,1
E
E
12
Y=-4b
Y=-3b
Y=-2b
Y=-b
Y=0
Y=b
Y=2b
Y=3b
Y=4b
Y=5b
Y=6b
Y=7b
Y=8b

Fig. 6

In order to achieve a depth distribution of the residual stresses, the integration process was reiterated with an interval of $\Delta z = 0{,}1\,b$ for the depthes within 0 and $3b$. The build-up of residual streasses $\sigma_{xR}$ and $\sigma_{yR}$ with repeated loading is exemplified in Fig. 7 for the case $\sigma_0 = 3{,}89\,k$ and in Fig. 8 for the case $\sigma_0 = 4{,}75\,k$.

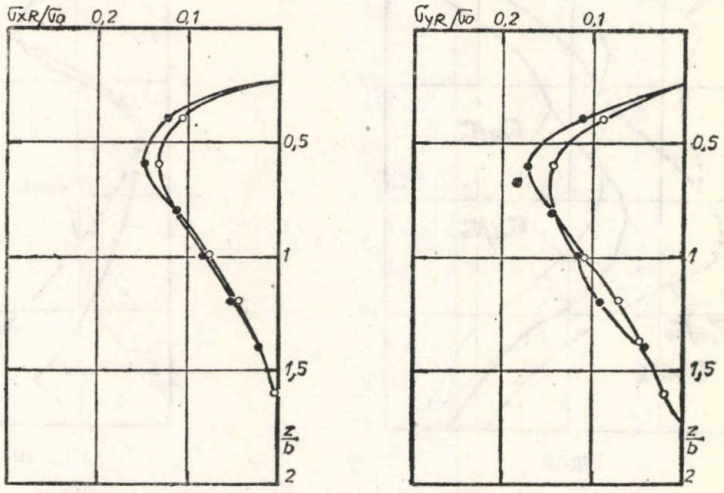



Fig. 8

This build-up shows that during the first passage of the rolling contact load the material deforms plastically and residual elastic compressive stresses acting parallel to the surface are introduced. The process of plastic deformation continues with a smaller extend, a few cycles of loading, after which, a steady state is reached and will be no further change in residual stress pattern even the loading continues a greater number of cycles.

In comparision with values obtained by Merwin and Johnson, [2] (Fig. 9 — dotted lines), the residual stresses calculated by the proceeding presented above (Fig. 9 — full lines) are with above 50 percents smaller, offering a much better correlation with experimental results mentioned in literature.

**4. Comparision with Experimental Results.** A good correlation has been established between the theoretical results obtained using the numerical integration presented above, and the results of the residual stress measurements mentioned in literature.

a) The minimum contact pressure necessary to cause a residual stress state depends on the strength characteristics of the material. In the case of the hardened rolling bearing steel, the theoretical result is $\sigma_0 = 3.46$ GPa and the experimental result obtained by H. M u r o [10], was $\sigma_0 = 3.5$ GPa.

b) How it was pointed out previously, the all magnitude of residual stresses values are achieved in the first cycles of loading, the same

result was obtained experimentally by Reichard and Zaretsky [6], [7], Papshev D. and Pikovski [8], Muro and Tsushima [5], [10].

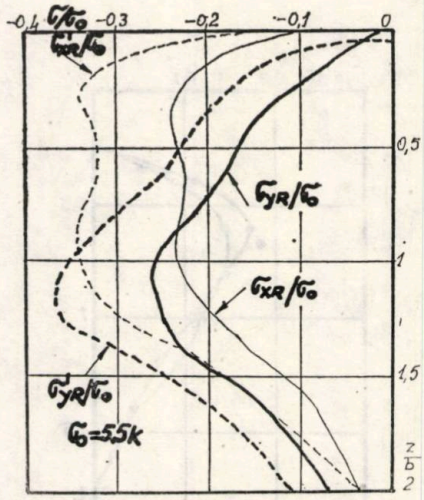



Fig. 9

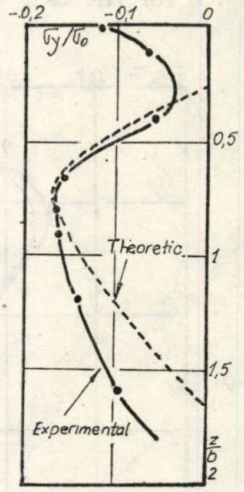



Fig. 10

c) Theoretical depth distributions are in good agrement with the depth distributions obtained experimentally. In Fig. 10 are presented o comparision with the results obtained by H. Muro [5], using X-Ray measurements, for the case of rolling contact pressure, $\sigma_0 = 4.6$ GPa.

**5. Conclusions.** The theory of plastic yielding of elastic-perfectly-plastic solids has been used in order to establish the depth distributions of residual stress obtained after the loading of a rolling line contact in the elastic-plastic domain. Prandtl-Reuss differential equations was solved numerically by IV-th Rung-Kutta method using a FORTRAN IV programme for FELIX C-256 computer .

The values obtained are more than 50% smaller than those obtained by Merwin and Johnson [2], achieving a better correlation with the distributions obtained experimentally by X-ray measurements [5]. The method is useful for determination of the suitable loading regime to create a favourable residual stress state [11], [12].

*Received June 16, 1979*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Machine Design*

## REFERENCES

1. Пономарев С. Д., *Расчет на прочности в машиностроении.* Том II, Москва, 1958.
2. Merwin J. E., Johnson K. L., Proc. Inst. Mech. Engrs., 3A, 676—685 (1963—1964).
3. Olszak W., Perzyna P., Savezuk A., *Teoria plasticității* (trad. din l. polonă). Ed. tehn., Buc., 1970.

4. Dorn W. S., Mc. Craken D. D., *Numerical Methods With FORTRAN IV. Case Studies*. New York, 1972.
5. Muro H., Tsushima T., Wear, 25, 345—346 (1973).
6. Reichard D. W., Parker R. J., NASA TN-D, *4456*, 1968.
7. Zaretsky E. V., Parker R. J., Anderson W. J., Trans. ASME, J. Lub. Tech., F., 91, 2314—319 (1969).
8. Папшев Д. Д., Пиковски А. М., Вестник машиностроения, *6*, 10—12 (1969).
9. Pomeroy R. J., Johnson K. L., J. Strain Analysis, 4, *3*, 208—218 (1969).
10. Muro H., Tsushima T., Wear, 15, 309—330 (1970).
11. Creţu S. Sp., Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1978.
12. Creţu S. Sp., Creţu S. Ov., Lucrările sesiunii „Creația tehnică și fiabilitatea în construcția de mașini", Iași, 1978, pp. 150—155.

## ANALIZA NUMERICĂ A STĂRII DE TENSIUNI REMANENTE DIN CONTACTUL LINIAR ELASTO-PLASTIC

(Rezumat)

În vederea determinării stării de tensiuni remanente relizate într-o solicitare de contact liniar în domeniul elasto-plastic s-au utilizat relațiile Prandtl-Reuss din teoria curgerii plastice a corpurilor elastice-perfect-plastice (fără ecruisare). Rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale s-a efectuat numeric prin metoda Runge-Kutta de ordinul IV, folosind un program FORTRAN pentru calculatorul FELIX C 256.

Valorile obținute sînt cu peste 50% mai mici dect cele obținute anterior de Merwin și Johnson, corelîndu-se mult mai bine cu distribuțiile obținute experimental prin măsurători cu raze X. Metoda este utilă în determinarea regimului adecvat de solicitare pentru crearea unei stări favorabile de tensiuni remanente.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.431

# SOLICITĂRI STATICE ÎN MOTORUL LINIAR CU PISTON, PREVĂZUT CU PATINE ŞI AVÎND CURSA PISTONULUI VERTICALĂ

DE

N. BENCHEA, EMIL JUGUREANU şi C. ACKER

Rezultatele experimentale, excelente din punct de vedere tehnico-economic, obţinute pe plan mondial cu motorul liniar cu piston prevăzut cu patine, reclamă şi o examinare atentă a calităţilor acestui motor din punct de vedere teoretic, atît în vederea explicării proprietăţilor sale remarcabile — constatate experimental —, cît şi în eventualitatea proiectării sale la noi în ţară.

Ne-am propus să obţinem unele explicaţii ale randamentului mecanic (94%) şi ale fiabilităţii înalte (mult sporită faţă de cea a motorului tip bielă-manivelă de exemplu), realizate experimental (v. [1], [2]) cu acest motor, în care scop am procedat la determinarea solicitărilor statice ale motorului susmenţionat, scriind ecuaţiile de echilibru static ale motorului liniar cu piston prevăzut cu patine după cum urmează (fig. 1, 2, 3

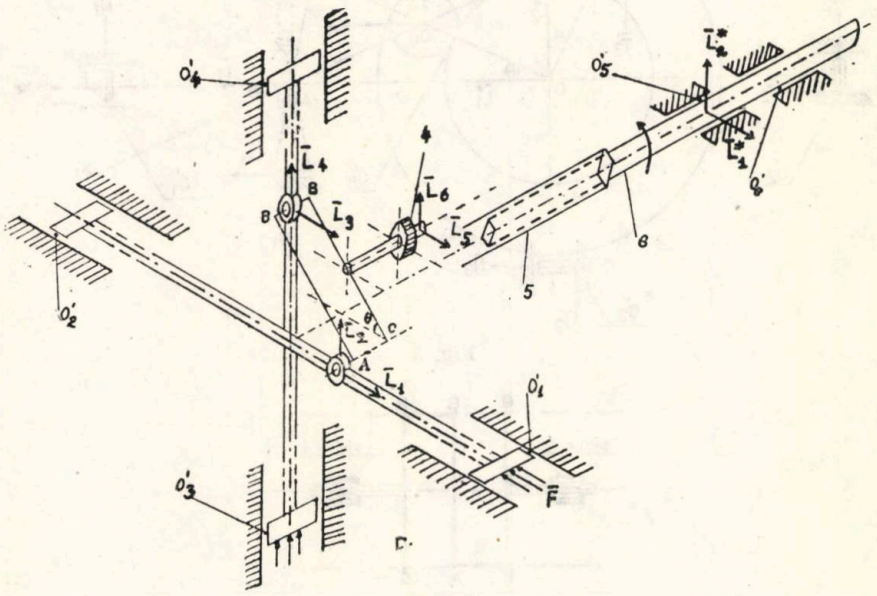



Fig. 1

redau succint schema de principiu a motorului liniar cu piston prevăzut cu patine, cunoscută din publicațiile apărute în țară și peste hotare):

I. *Pentru forțele aplicate tijei Tx, cu pistoane la extremități și având axa de simetrie longitudinală pe OX*, folosind polul de reducere $O$ (fig. 3 în care planele $XOY$ și $X_iO_iY_i$, $i = 1, 2, 3$, conțin centrul de masă al pie-

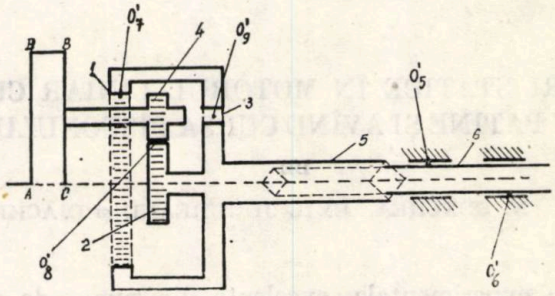



Fig. 2

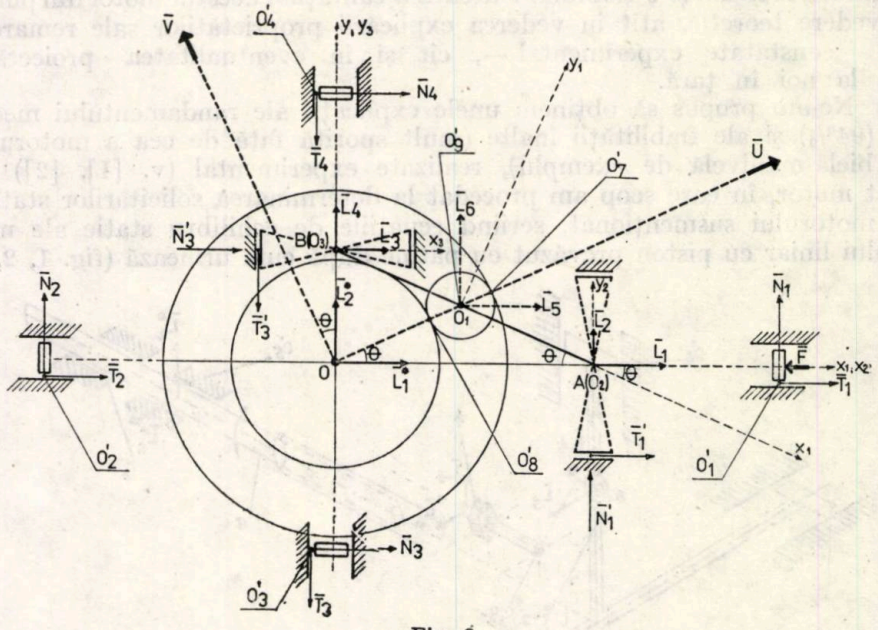



Fig. 3

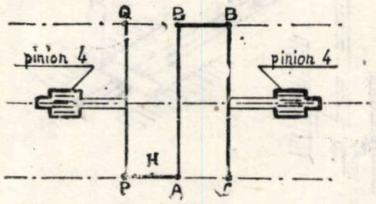



Fig. 4

sei rigide *ABBC*, mai clar vizibilă în figurile 1, 2, forma acestei piese completîndu-se de regulă cu încă „un cot" și un pinion *4* (fig. 1, 2) astfel încît să se realizeze o distribuție simetrică a maselor în raport cu mijlocul (sau centrul geometric al barei *AB* din componența acestei piese completate rigide (v. fig. 4); reperul *XOYZ* este solidar cu batiul).

II. *Pentru forțele aplicate piesei ABBC completată ca în fig. 4*, folosind drept pol de reducere mijlocul *H* (centrul geometric) al porțiunii *PA* din componența acestei piese (*QPABBC*) rigide în totalitatea ei (fig. 4).

III. *Pentru forțele aplicate tijei Ty, avînd axa de simetrie longitudinală pe OY* (și prevăzută cu sau fără pistoane la extremități), folosind polul de reducere *O*.

IV. *Pentru forțele aplicate arborelui motor* (*considerat împreună cu tot ce se rotește solidar cu acesta*), folosind polii $O'_9$, $O'_7$ sau $O'_8$ (fig. 2, 3), după cum cuplarea arborelui motor se face prin manivela *3*, prin coroana dințată interior *1*, respectiv prin pinionul *2* (fig. 2).

Menționăm că am considerat active doar pistoanele de la extremitățile tijei *Tx* (caz în care avem *un* singur element conducător al mecanismului respectiv), precizînd în plus faptul că am considerat *verticală* cursa activă a acestor pistoane (axa *OX* din fig. 3 s-a considerat verticală ascendentă).

Cînd arborele motor este cuplat prin manivela *3* (fig. 2), se obține sistemul ecuațiilor de echilibru static (S) de mai jos, pentru motorul liniar cu piston prevăzut cu patine:

$$
(I)\quad \begin{cases}
1)\ OX: \quad T_1 + T_2 + T'_1 + L_1 = F + G_{Tx}, \\
2)\ OY: \quad N_1 + N_2 + N'_1 + L_2 = 0; \\
3)\ OX: \quad -L^*(N_1 + N_2) - L^* N'_1 - L^* L_2 = 0, \\
4)\ OY: \quad L^*(T_1 + T_2) + L^* T'_1 + L^* L_1 = L^*(F + G_{Tx}), \\
5)\ OZ: \quad d_1 N_1 - d_2 N_2 + L(N_1 + N_2)\cos\theta + r_p(T_1 + T_2) + L_2 L\cos\theta + \\
\qquad + M_A + d'_1 N'_1 + p_p T'_1 = 0.
\end{cases}
$$

(ecuațiile de moment 3)—4) repetă ecuațiile 1)-2) precedente)

$$
(II)\quad \begin{cases}
1)\ HX_2: \quad -L_1 + L_3 + L_5 = G_{AB}, \\
2)\ HY_2: \quad -L_2 + L_4 + L_6 = 0; \\
3)\ HX_2: \quad 2L^* L_4 + d_{PcP_L} L_6 = 0, \\
4)\ HY_2: \quad -2L^* L_3 - d_{PcP_L} L_5 = -L^* G_{AB}, \\
5)\ HZ_2: \quad -L(L_3 \sin\theta + L_5 \cos\theta) - \dfrac{L}{2}(L_5 \sin\theta + L_6 \cos\theta) - \\
\qquad - M_A + M_B + M_{c3} = -\dfrac{L}{2} G_{AB} \sin\theta.
\end{cases}
$$

$$
(III)\begin{cases}
1)\ OX: & -L_3+N_3+N_4+N_3'=G_{Ty},\\
2)\ OY: & -L_4-T_3-T_4-T_3'=0;\\
3)\ OX: & \text{ecuațiile de moment 3)—4) repetă}\\
4)\ OY: & \text{ecuațiile 1)—2) precedente}\\
5)\ OZ: & d_3N_3-d_4N_4-L(N_3+N_4)\sin\theta+r_p(T_3+T_4)+\\
 & +L_3L\sin\theta-M_B-d_3'N_3'+p_pT_3'=-LG_{Ty}\sin\theta.
\end{cases}
$$

$$
(IV)\begin{cases}
1)\ (u): & -L_5\cos\theta-L_6\sin\theta+L_1^*\cos\theta+L_2^*\sin\theta=G_{ax}\cos\theta,\\
2)\ (v): & L_5\sin\theta-L_6\cos\theta-L_1^*\sin\theta+L_2^*\cos\theta=-G_{ax}\sin\theta;\\
3)\ (u): & -L_1^*\sin\theta+L_2^*\cos\theta=\dfrac{G_{ax}}{d_{PcP_L}}[z_{c(ax)}+d_{pc}]\sin\theta,\\
4)\ (v): & -L_1^*\cos\theta-L_2^*\sin\theta=\dfrac{G_{ax}}{d_{PcP_L}}[z_{c(ax)}+d_{pc}]\cos\theta;\\
5)\ (k): & -r_{c3}(L_5\cos\theta+L_6\sin\theta)+r_{c3}(L_1^*\cos\theta+L_2^*\sin\theta)+\\
 & +\dfrac{L}{2}(L_1^*\sin\theta-L_2^*\cos\theta)-M_{L_{ax}}-M_{c3}=\\
 & =G_{ax}\left(\dfrac{L}{2}\sin\theta+r_{c3}\cos\theta\right),
\end{cases}
$$

Dacă arborele motor se cuplează prin coroana dințată interior *1*, modificările din sistemul ecuațiilor de echilibru static (S), de mai sus, se reduc la următoarele :

a) în ecuația $(II)_5$ apare în membrul I, în plus, termenul

$$-r(L_5\sin\theta-L_6\cos\theta);$$

b) ecuația $(IV)_5$ (folosind polul de reducere $O_7'$) devine

$$-\left(\frac{L}{2}+r\right)(-L_1^*\sin\theta+L_2^*\cos\theta)-M_{L_{ax}}-M_{O_7'}=G_{ax}\left(\frac{L}{2}+r\right)\sin\theta.$$

Cînd se cuplează arborele motor prin pinionul *2*, modificările în sistemul ecuațiilor (S) sînt de asemenea mici :

a) în ecuația $(II)_5$ apare în primul membru, în plus, termenul

$$r(L_5\sin\theta-L_6\cos\theta);$$

b) ecuația $(IV)_5$ (folosind polul $O_8'$) devine

$$-\left(\frac{L}{2}-r\right)(-L_1^*\sin\theta+L_2^*\cos\theta)-M_{L_{ax}}-M_{O_8'}=G_{ax}\left(\frac{L}{2}-r\right)\sin\theta.$$

În fig. 1, 3, în afară de forța **F**, considerată forță concentrată aplicată pistonului din dreapta și avînd ca dreaptă suport axa de simetrie longitudinală **a** tijei $Tx$, se relevă forțele de legătură ce intervin în ecuațiile (I)—(IV) și anume :

a) $\mathbf{L}_1$ și $\mathbf{L}_2$ în articulația cilindrică $A$ (fig. 2), concomitent cu momentul rezistent din acest lagăr $\mathbf{M}_A$, de modul maxim $\mu^{**}r_A\sqrt{L_1^2+L_2^2}$ ($\mu^{**}$—coeficient de frecare în lagăr și $r_A$—raza secțiunii axului articulației din $A$);

b) $\mathbf{L}_3$ și $\mathbf{L}_4$ în articulația cilindrică $B$ (fig. 1), o dată cu momentul rezistent din acest lagăr $\mathbf{M}_B$, de modul maxim $\mu^{***} r_B \sqrt{L_3^2 + L_4^2}$ ($\mu^{***}$ — coeficient de frecare în lagăr și $r_B$ — raza secțiunii axului articulației din $B$);

c) $\mathbf{N}_1$ și $\mathbf{N}_2$ ca reacțiuni la simpla rezemare a pistoanelor tijei $Tx$ în cilindrii respectivi, cu punctele de aplicație la distanțele (nedeterminate) $d_1$ respectiv $d_2$ de dreapta suport a forței $\mathbf{L}_2$, precum și forțele respective de frecare $\mathbf{T}_1$, $\mathbf{T}_2$ de moduli maximi $\mu N_1$ și $\mu N_2$ ($\mu$ — coeficient de frecare la alunecare a pistoanelor în cilindri);

d) $\mathbf{N}_3$ și $\mathbf{N}_4$ ca reacțiuni la simpla rezemare a pistoanelor tijei $Ty$ în cilindrii respectivi, cu punctele de aplicație la distanțele (nedeterminate) $d_3$ și $d_4$ față de dreapta suport a forței $\mathbf{L}_3$, precum și forțele de frecare corespunzătoare $\mathbf{T}_3$ și $\mathbf{T}_4$, de moduli maximi $\mu N_3$ și $\mu N_4$ ($\mu$ — coeficient de frecare la alunecare a pistoanelor în cilindri, considerat cu aceeași valoare ca aceea de la punctul precedat c);

e) $\mathbf{N}_1'$ și $\mathbf{N}_3'$ ca reacțiuni la simpla rezemare a patinei din $A$ respectiv a patinei din $B$ (fig. 3) pe platbandele pe care acestea gliseză, cu punctele de aplicație la distanțele (nedeterminate) $d_1'$ respectiv $d_3'$ față de planele ce trec prin $O$ și sînt perpendiculare pe $Tx$ respectiv pe $Ty$; concomitent s-au considerat și forțele corespunzătoare de frecare la alunecare $\mathbf{T}_1'$, $\mathbf{T}_3'$, de moduli maximi $\mu' N_1'$, $\mu' N_3'$ ($\mu'$ — coeficient de frecare la alunecare, la contactul dintre patine și platbande, cu valoare comună pentru patinele de pe ambele tije $Tx$ și $Ty$);

f) $\mathbf{L}_5$ și $\mathbf{L}_6$ în butonul manivelei *3* (fig. 2), sau în punctele de angrenare $O_7'$ sau $O_8'$ (fig. 2, 3), la antrenarea arborelui motor respectiv prin manivela *3*, prin angrenarea coroanei dințate interior *1*, sau prin angrenarea pinionului *2* (fig. 2); concomitent s-a considerat — în cazul cuplării arborelui motor prin manivela *3* — momentul rezistent din lagărul manivelei *3*, notat $\mathbf{M}_{c3}$, de modul maxim $\mu'' r_{c3} \sqrt{L_5^2 + L_6^2}$ ($\mu''$ — coeficient de frecare în lagărul *3* și $r_{c3}$ — raza secțiunii axului din lagărul *3*), sau momentul rezistent la rostogolire $\mathbf{M}_{O_7'}$, sau $\mathbf{M}_{O_8'}$, de modul maxim $s^* \sqrt{(L_4 \cos\theta + L_6 \sin\theta)^2}$ (fig. 3) în cazul antrenării arborelui motor prin coroana dințată interior *1*, respectiv prin pinionul *2* (fig. 2) ($s^*$ — coeficient de frecare la rostogolire);

g) $\mathbf{L}_1^*$ și $\mathbf{L}_2^*$ în lagărul arborelui motor și momentul rezistent din acest lagăr $M_{Lax}$, de modul maxim $\mu^* r_{ax} \sqrt{L_1^{*2} + L_2^{*2}}$ ($\mu^*$ — coeficient de frecare în lagărul arborelui motor, $r_{ax}$ — raza secțiunii arborelui motor).

Alte mărimi ce intervin în ecuațiile sistemului (S) sînt: greutățile pieselor componente ale motorului $\mathbf{G}_{Tx}$, $\mathbf{G}_{AB}$, $\mathbf{G}_{Ty}$, $\mathbf{G}_{ax}$ proprii tijei $Tx$, piesei $QPABBC$, tijei $Ty$, respectiv arborelui motor (considerat împreună cu tot ce se rotește solidar cu acesta); $L$ — lungimea barei $AB$ din componența piesei $QPABBC$; unghiul $\theta$ din fig. 1, 3; $L^*$ — semidistanța între axele de simetrie longitudinale ale tijelor $Tx$ și $Ty$; $z_{c(ax)}$ — cota, în reperul $XOYZ$, a centrului de greutate al arborelui motor, considerat împreună cu tot ce se rotește solidar cu acesta; $d_{pc}$ — distanța de la centrul de masă al piesei $QPABBC$ pînă la „planul" ce conține cupla cinematică *3* (sau butonul manivelei *3*), respectiv pînă la „planul" ce conține dantura coroanei dințate interior *1* sau dantura pinionului *2*, după modul de cuplare a arborelui motor; $d_{HPc}$ — distanța de la mijlocul $H$ al porțiunii $PA$ din componența piesei $QPABBC$ pînă la „planul" de cuplare al arborelui mo-

tor ; $d_{PcP_L}$ — distanța de la „planul" de cuplare al arborelui motor pînă la „planul" lagărului în care se sprijină arborele motor ; $r_p$ — raza secțiunii pistoanelor ; $r$ — raza secțiunii pinionului *4* (fig. 1, 2) ; $p_p$—înălțimea comună a patinelor de pe tijele $Tx$ și $Ty$ (piciorul acestor patine).

Ecuațiile $(IV)_3$, $(IV)_4$ dau

$$(1) \qquad L_1^* = -\frac{G}{d_{PcP_L}}[z_{c(ax)} + d_{pc}], \quad L_2^* = 0;$$

din ecuațiile $(IV)_1$, $(IV)_2$ urmează atunci

$$(2) \qquad L_5 = -G_{ax}\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right), \quad L_6 = 0;$$

ecuațiile $(II)_3$, $(II)_4$ conduc în continuare la

$$(3) \qquad L_3 = \frac{G_{AB}}{2} + G_{ax}\frac{d_{HPc}}{2L^*}\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right), \quad L_4 = 0,$$

iar din ecuațiile $(II)_1$, $(II)_2$ rezultă

$$(4) \qquad L_1 = -\frac{G_{AB}}{2} + G_{ax}\left(\frac{d_{HPc}}{2L^*} - 1\right)\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right), \quad L_2 = 0;$$

de asemenea ecuațiile $(I)_1$, $(I)_2$ conduc la

$$(5) \qquad \begin{gathered} T_1 + T_2 + T_1' = F + G_{Tx} + \frac{G_{AB}}{2} - G_{ax}\left(\frac{d_{HPc}}{2L^*} - 1\right)\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right), \\ N_1 + N_2 + N_1' = 0, \end{gathered}$$

iar ecuațiile $(III)_1$, $(III)_2$ dau

$$(6) \qquad \begin{gathered} N_3 + N_4 + N_3' = G_{Ty} + \frac{G_{AB}}{2} + G_{ax}\frac{d_{HPc}}{2L^*}\left(1 + \frac{z_{c(ax)} + d_{pc}}{d_{PcP_L}}\right), \\ T_3 + T_4 + T_3' = 0. \end{gathered}$$

*Observații.* 1. Schimbînd semnul termenilor ce conțin $F$ în ecuațiile sistemului (S), sau direct în rezultatele menționate, obținem situația solicitărilor pe intervalul $\theta \in (180°, 360°)$, anume singură suma $T_1 + T_2 + T_1'$ își schimbă valoarea, celelalte rezultate rămînînd nemodificate — toate acestea în cazul în care pistoanele tijei $Tx$ (singurele active) lucrează în doi timpi ; dacă în intervalul $\theta \in (180°, 360°)$ pistoanele tijei $Tx$ nu resimt presiunea din camerele de ardere, atunci suma $T_1 + T_2 + T_1'$ își schimbă de asemenea valoarea (de data aceasta prin anularea lui $F$), celelalte rezultate păstrîndu-se ca în intervalul $\theta \in (0°, 180°)$.

2. Solicitările cu direcția perpendiculară pe direcția longitudinală a tijei $Tx$ (care este element conducător), în lagărul arborelui motor, în lagărul cuplei cinematice *3* (respectiv la contactul între pinionul *4* cu coroana dințată interior *1*, sau cu pinionul *2*), în lagărele $A$ și $B$ (fig. 1, 3)

(precum şi sumele $N_1 + N_2 + N_1'$ şi $T_3 + T_4 + T_3'$) au valori nule ; celelalte mărimi obţinute (în cea mai mare parte) au *valori mărginite*, ele fiind funcţii de greutăţile proprii ale pieselor componente din mecanismul motorului liniar cu piston prevăzut cu patine şi de unele dimensiuni (mici) definite mai sus.

3. Valorile mărginite ale modulilor forţelor de legătură obţinute rezultă constante (nedepinzînd de poziţia mecanismului respectiv), ele putînd deci fi încă reglate (simplu) prin parametrii tehnici ce intervin în expresiile lor. Precizînd convenabil aceşti parametri — anume $z_{c(ax)}$ ( $< 0$), $d_{pc}$, $d_{PcP_L}$, $d_{HPc}$, $L^*$ şi valorile greutăţilor proprii ale celor patru piese $Tx$, $QPABBC$, $Ty$ şi arborele motor (socotit împreună cu tot ce se roteşte solidar cu acesta) se poate ajunge la valori neînsemnate ale solicitărilor ; de exemplu, dacă se plasează centrul de greutate al arborelui motor în primul lagăr în care acesta se sprijină, atunci *în plus*

$$L_6 = 0, \quad L_1^* = G_{ax}, \quad L_3 = -L_1 = \frac{G_{AB}}{2}, \quad N_3 + N_4 + N_3' = G_{Ty} + \frac{G_{AB}}{2},$$

fapt care explică „lipsa solicitărilor" în motor, constatată experimental şi menţionată de S. S. Balandin în monografia [1], contribuind totodată la explicarea randamentului mecanic (94%) şi a fiabilităţii înalte pe care o prezintă motorul liniar cu piston prevăzut cu patine, motor care este doar unul dintre exemplarele familiei motoarelor liniare cu piston de mare performanţă tehnică.

4. Calităţi ca cele explicate mai sus, precum şi altele cunoscute din literatura de specialitate şi constatate experimental, recomandă atenţiei specialiştilor noştri familia motoarelor liniare cu piston.

*Primită la 30 noiembrie 1978*

*Catedra de mecanoenergetică*
*şi*
*Catedra de mecanică*

## BIBLIOGRAFIE

1. Баландин С. С., *Безпоршневые двигателия внутреннего сгорания*. Машгиз, Москва, 1968.
2. Леонидов Л., Спутник, *2*, 99 (1970).
3. Vîlcovici V., Bălan Şt., Voinea R., *Mecanica teoretică*. Ed. tehn., Buc., 1968.
4. Vlad C., Şerbulescu V., Mateescu T., Acker C., *Solicitări dinamice în pompe bazate pe mecanismul motoarelor liniare cu combustie internă*. Constr. de maşini, *7—8* (1974).

## SOLLICITATIONS STATIQUES DANS LE MOTEUR LINÉAIRE À PISTON AVEC GLISSEURS ET MOUVEMENT VERTICAL DU PISTON

(Résumé)

On déduit les expressions des sollicitations statiques du moteur linéaire à piston, qui permettent à expliquer son rendement mécanique élevé et sa fiabilité, constatées par voie expérimentale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.224

# CERCETĂRI PRIVIND HIDRODINAMICA FRÎNELOR CU DISC ÎNCLINAT

DE

PAUL MATEI, M. RĂDULESCU și LEONID CIOCAN

**1. Introducere.** Studiul mișcării fluidelor în jurul discurilor în rotație constituie un subiect mult dezbătut în literatura de specialitate, cu aplicații importante la calculul momentului rezistent la discurile rotorilor turbomașinilor [1], [2]. Dacă problema mișcării discului drept în carcasă este elucidată atît din punct de vedere teoretic cît și experimental [3], mișcarea discului înclinat în carcasa conținînd lichid este foarte puțin abordată în literatură.

În prezenta lucrare, se pun în evidență parametrii care determină această mișcare, cu unele observații de ordin teoretic asupra aspectelor ei particulare, precum și rezultatele măsurătorilor experimentale asupra momentului, respectiv coeficientului de moment. Datele pot fi folosite în calculul frînelor hidraulice cu disc înclinat, recomandate de literatura de specialitate ca dispozitive cu capacitate energetică ridicată [5], dar pentru care nu se găsesc date de proiectare.

**2. Considerații teoretice.** Parametrii care determină mișcarea lichidului în jurul unui disc înclinat în carcasă se pot grupa în :

a) *geometrici*, ai sistemului disc-carcasă : diametrul discului $D$, unghiul de înclinare $\alpha$, lățimea carcasei $B$, interstițiul la carcasă $\delta$ (fig. 1) ;

b) *parametrii mișcării* : momentul rezistent la arborele discului $M_r$, viteza unghiulară $\omega$ ;

c) *parametrii fluidului de lucru* : coeficientul cinematic de vîscozitate $\nu$ și densitatea fluidului $\rho$.

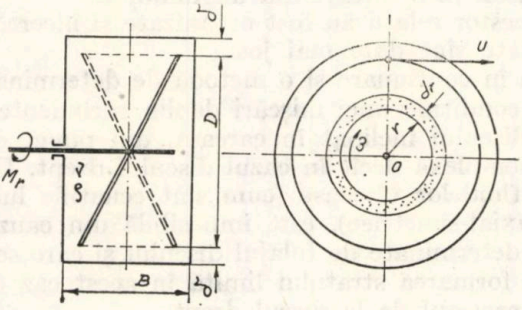



Fig. 1

Dependența funcțioanlă dintre aceștia poate fi pusă în evidență în primă instanță prin analiza dimensională.

Ecuația funcțională este

$$f(M_r, D, \alpha, \omega, \rho, \nu, \delta, B) = 0. \tag{1}$$

Cu $D$, $\omega$ și $\rho$ alese drept mărimi fundamentale, rezultă

$$\pi_1 = \frac{M_r}{D^{m_1}\,\omega^{n_1}\,\rho^{p_1}}, \quad \pi_2 = \frac{\nu}{D^{m_2}\,\omega^{n_2}\,\rho^{p_2}},$$

$$\pi_3 = \alpha, \quad \pi_4 = \frac{\delta}{D}, \quad \pi_5 = \frac{B}{D},$$

și după determinarea exponenților în primele două expresii,

$$\pi_1 = \frac{M_r}{D^5\,\rho\omega^2}, \quad \pi_2 = \frac{1}{2\mathcal{R}e},$$

în care $\mathcal{R}e = uD/\nu$, $u$ fiind viteza periferică a discului.

Ecuația funcțională (1), devine relația criterială

$$f(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_5) = 0, \tag{2}$$

din care explicitînd $\pi_1$, rezultă

$$M_r = f_1\left(\mathcal{R}e, \alpha, \frac{\delta}{D}, \frac{B}{D}\right)\rho\omega^2 D^5, \tag{3}$$

sau

$$M_r = C_m\,\rho\omega^2 D^5, \tag{4}$$

în care

$$C_m = f\left(\mathcal{R}e, \alpha, \frac{\delta}{D}, \frac{B}{D}\right) \tag{5}$$

este coeficientul de moment.

Relația (4) este structural identică cu cea de la discul drept în carcasă [1], [2], [5]; dependența coeficientului de moment este în acest caz însă mai complexă, prin intervenția unghiului $\alpha$.

În baza acestor relații au fost organizate și încercările experimentale ale căror rezultate sînt date mai jos.

Se expune în continuare și o metodă de determinare a coeficientului de moment, în condițiile unei mișcări deplin turbulente în cameră.

Mișcarea discului înclinat în carcasă, din punct de vedere teoretic, este mult mai complexă decît în cazul discului drept. Utilizarea ecuațiilor de mișcare ale fluidelor vîscoase (cum sînt ecuațiile lui Navier-Stokes în cazul mișcării axial-simetrice), este imposibilă din cauza intervenției forțelor de inerție determinate de fulajul discului și care se manifestă în sens axial; totodată formarea stratului limită în acest caz de mișcare nu mai poate păstra caracterul de la discul drept.

Metoda de calcul propusă presupune o turbulență deplină în cameră, determinată la limită prin poziția $\alpha=90°$, ceea ce înseamnă că planul discului trece prin axul de antrenare. În consecință și rezultatele acestei teorii vor constitui o limită asupra valorii coeficientului de moment, înclinări mai mici ale discului urmînd să determine rezistențe sub această limită.

Pentru mișcarea deplin turbulentă, se consideră pe capace o distribuție de viteze $u_r$, după legea exponențială (legea 1/7):

$$u_r = u\left(\frac{r}{r_0}\right)^{1/7}, \tag{6}$$

în care $r_0 = D/2$ este raza discului iar $u = \omega D/2$, viteza periferică.

Efortul aparent de frecare determinat după formula lui Prandtl, pentru o lungime de amestec $l = kr$, $k=0{,}4$ fiind constanta lui Kármán, va fi

$$\tau = \rho\left(l\frac{\mathrm{d}u_r}{\mathrm{d}r}\right)^2 = \frac{1}{49}\rho k^2 u^2\left(\frac{r}{r_0}\right)^{2/7}. \tag{7}$$

Forța de frecare pe un element de lățime $\mathrm{d}r$ al capacului este

$$\mathrm{d}F_1 = \tau\,\mathrm{d}A = 2\pi\tau r\,\mathrm{d}r, \tag{8}$$

iar momentul de frecare elementar

$$\mathrm{d}M_1 = \mathrm{d}F\,r = 2\pi\tau r^2\,\mathrm{d}r, \tag{9}$$

care prin integrare de la $r = 0$ la $r = D/2$, dă momentul de frecare pe un capac

$$M_1 = \frac{2}{161}\rho k^2\omega^2\frac{D^5}{32} = 0{,}975\ 10^{-4}\rho\omega^2 D^5. \tag{10}$$

Pe porțiunea cilindrică ($r = D/2$), efortul unitar dat de formula (7) va fi

$$\tau = \rho\frac{k^2}{49}u^2, \tag{11}$$

iar momentul

$$M_2 = \tau A\frac{D}{2} = \rho\frac{k^2}{49}u^2\pi Db\frac{D}{2} = 1{,}28\ 10^{-3}\rho\omega^2 D^4 B. \tag{12}$$

Momentul rezistent total este

$$M_r = 2M_1 + M_2 = 1{,}95\ 10^{-4}\rho\omega^2 D + 1{,}28\ 10^{-3}\rho\omega^2 D^4 B, \tag{13}$$

iar coeficientul de moment

$$C_m = \frac{M_r}{\rho\omega^2 D^5} = 1{,}95\ 10^{-4} + 1{,}28\ 10^{-3}\frac{B}{D}. \tag{14}$$

Relația (14) evidențiază faptul că în condițiile mișcării deplin turbulente, coeficientul de moment în acest caz limită ($\alpha = 90°$) depinde numai de raportul $B/D$.

**3. Rezultate experimentale.** În scopul verificării experimentale a dependenței funcționale a parametrilor menționați în (5), s-a construit o instalație experimentală cuprinzînd sistemul disc—carcasă și un electromotor—balanță de curent continuu, care a permis măsurarea directă a momentului $M_r$. În cursul încercărilor s-a putut regla turația în trepte, în limitele 0 ... 2000 rot/min, respectiv $\mathcal{R}e$ pînă la $10^7$.

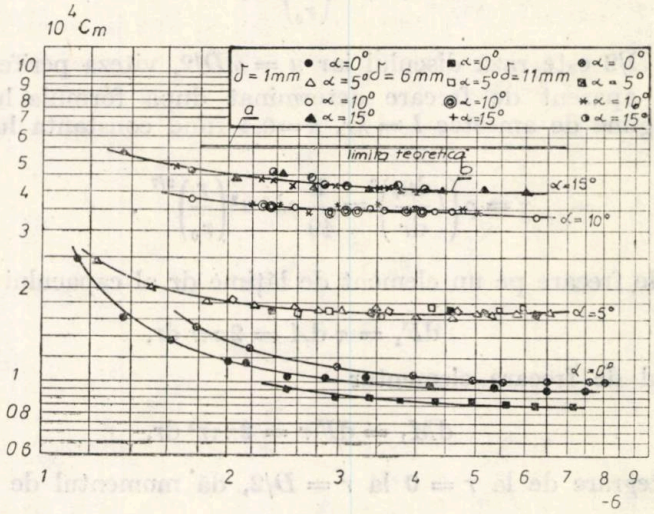



Fig. 2

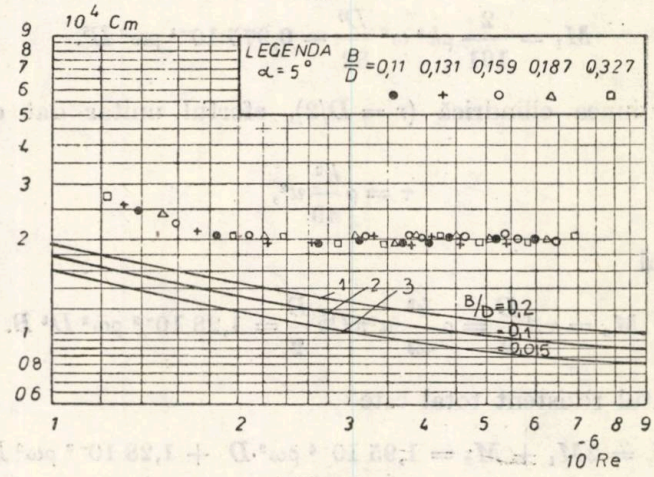



Fig. 3

Prima serie de experimentări a avut drept scop evidențierea dependenței $C_m = f(\mathcal{R}e, \alpha)$ pentru $B/D = \text{const}$ și $\delta = \text{const}$. Rezultatele acestor încercări sînt prezentate în fig. 2.

În continuare, la $B/D = \text{const.}$, s-a modificat și interstițiul $\delta$. Se desprind următoarele concluzii:

a) Momentul rezistent la arbore, respectiv $C_m$, crește odată cu unghiul de înclinare. În limitele experienței, valorile maxime au fost obținute pentru $\alpha = 15°$, fiind cu circa 650% mai mari decît la discul drept în carcasă (curba *b*). Pe măsura creșterii unghiului, creșterea de moment este însă relativ mai mică.

b) Dependența $C_m = f(\mathcal{R}e)$ la dicul înclinat, este diferită față de discul drept în carcasă: peste $\mathcal{R}e = 2{,}4\ 10^6$, în general curbele intră în palier, în timp ce la discul drept dependența de numărul $\mathcal{R}e$, continuă și pentru valori mai mari. Aceasta se poate explica prin obținerea unei turbulențe depline la valori mai mici ale vitezei tangențiale din cauza fulajului discului.

c) Interstițiul la carcasă $\delta$ influențează în mică măsură valoarea momentului de frînare. În experiențe $\delta/D$ s-a modificat în limitele 0,00071 și 0,0071. Evident, în cazul creșterii substanțiale a lui $\delta$, $M_r$ scade din cauza micșorării suprafeței discului.

d) Referindu-se la valorile experimentale obținute pentru $C_m$ și prin comparație cu situația limită dată de relația (14) în care $B/D = 0{,}29$, respectiv

$$C_m = 5{,}66\ 10^{-4}, \tag{14'}$$

se constată că valoarea obținută pe cale teoretică (14') în ipoteza turbulenței depline, constituie în adevăr limita superioară a valorilor $C_m$ (curba *a* din fig. 2).

A doua serie de experimentări a avut drept scop să evidențieze influența raportului $B/D$ la $\alpha = \text{const}$ și $\delta = \text{const}$ asupra dependenței $C_m = f(\mathcal{R}e)$. În acest scop s-a modificat raportul $B/D$ în limitele 0,11...0,327. Valorile obținute pentru $C_m$ arată că influența lățimii carcasei $B$ este minoră față de situația de la discul drept (curbele *1*, *2*, *3* din fig. 3). Este posibil ca la lățimi mai mari ale carcasei, $B/D$ să influențeze în mai mare măsură pe $C_m$, dar din punct de vedere practic, devine nerațională construcția unor frîne cu asemenea conformații.

**4. Concluzii.** 1. Rezultatele experimentale obținute confirmă dependența funcțională a parametrilor stabiliți, putînd constitui indici de proiectare pentru asemenea dispozitive utilizate ca frîne hidraulice.

2. În cursul experiențelor s-a mai constatat uniformitatea cuplului de frînare, lipsa vibrațiilor și a pulsațiilor de presiune, chiar în domeniul vitezelor mici de rotație.

3. Creșterile de moment, la o construcție rațională ($\alpha \cong 15°$) pot fi de peste 650% în comparație cu discul drept.

*Primită la 5 iulie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Laboratorul de mecanica fluidelor*
*și mașini hidropneumatice*

BIBLIOGRAFIE

1. Pfleiderer C., *Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase.* Springer-Verlag, 1955.
2. Schlichting H., *Grenzschicht-theorie.* Karlsruhe, 1951.

3. Watabe Komei, *On the Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disk of Various Surfaces.* Memoirs of the Fac. of Eng., Nagoya Univ., Japan, **14**, *1*, 2 (1966).
4. Matei P., Rădulescu M., Ciocan L., *Cercetări experimentale privind frîna hidraulică cu disc înclinat.* Lucrările Colocviului de mecanica fluidelor și aplicațiilor ei tehnice, Iași, octombrie 1978.
5. Гавриленко В. А., Минин В. А., Оловников Л. С., *Гидравлические тормоза.* Машгиз, Москва, 1961.
6. Matei P., Ciocan L., Rădulescu M., *Asupra parametrilor funcționali la frînele hidraulice cu disc fulant.* Lucrările sesiunii de comunicări „Creația tehnică și fiabilitatea în construcția de mașini", Iași, decembrie 1978.

## UNTERSUCHUNGEN BETREFFEND DIE HYDRODYNAMIK DER BREMSEN MIT SCHRÄGSCHEIBE

(Zusammenfassung)

**Man führt eine Analyse durch der Faktoren die das Bremsmoment und den Momentkoeffizient bei den hydraulischen Bremsen mit Schrägscheibe festlegen.**

**Auf Grund der experimentelle Untersuchung ertorscht man die Beziehung $C = f(\mathcal{R}_e, \alpha)$ bei $B/D$ = konst, $\delta$ = konst., wie auch $\delta$ = veränderlich und $C_m = f(\mathcal{R}_e, B/D)$ bei $\alpha$ = konst. Die testgeschtellte Werte werden an der Konstruction der angezeigte Bremsen benüzt.**

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 678.057

# OPTIMIZAREA UNOR PARAMETRI CONSTRUCTIVI AI MELCILOR MAŞINILOR DE EXTRUDERE (I)

DE

RADU Z. TUDOSE, ANCA MOISE şi C. UNGUREANU

**1. Introducere.** Teoria curgerii prin canalul melcului unei maşini de extrudere se poate aplica la ultima lui zonă, cea de dozare, în care polimerul în stare topită posedă proprietăţile unui lichid. Se apreciază că în această situaţie are loc o „curgere Couette generalizată" [10], rezultată din suprapunerea curgerii între două plane paralele, dintre care unul se deplasează cu viteză constantă şi a curgerii sub acţiunea unui gradient de presiune pozitiv sau negativ. Problema a fost formulată din punct de vedere matematic, pentru prima dată, de Rowell şi Finlayson [1] în 1922 şi s-a rezolvat în cazul lichidelor newtoniene prin însumarea debitelor rezultante ale celor două tipuri de curgere [2]—[5]. Abordarea curgerii în cazul unor lichide ce se comportă nenewtonian s-a făcut într-un număr restrîns de lucrări [6]—[11]. S-a încercat soluţionarea problemei fie prin suprapunerea celor două tipuri de curgere, fie prin rezolvarea analitică a ecuaţiei curgerii Couette generalizate, fără a se ajunge totuşi la o clarificare deplină.

Prezenta lucrare constituie un studiu teoretic al curgerii topiturilor de polimeri, cu comportare pseudoplastică, prin canalul melcului. Se stabilesc ecuaţii pentru distribuţia vitezelor şi debitul maşinii într-o formă care să permită prelucrarea matematică ulterioară, ce este necesară pentru obţinerea relaţiilor de optimizare.

**2. Curgerea izotermă prin canalul melcului.** Se consideră un melc convenţional cu un singur început şi cu pas constant; în zona de dozare canalul are secţiunea transversală dreptunghiulară şi adîncimea constantă. Canalul este drept — desfăşurat de pe miez — ceea ce pentru rapoarte $H/d_c$ mici introduce erori de maxim 9% în cazul lichidelor nenewtoniene şi 4% pentru cele newtoniene [5]. Extruderul funcţionează prin rotirea cilindrului şi menţinerea fixă a melcului. Această inversare nu influenţează procesul curgerii şi asigură un sistem fix de axe de coordonate rectangulare. Originea sistemului s-a stabilit în axa de simetrie a canalului (fig. 1), iar axa $z$ este orientată în lungul canalului. Cilindrul „desfăşurat" se deplasează deasupra canalului cu viteza $v_0$ în direcţia normală la axa melcului. Direcţia de deplasare a cilindrului formează cu pereţii laterali ai canalului un unghi $\alpha$. Distanţa dintre vîrful filetului şi peretele cilindrului

se consideră nulă. Frecarea topiturii de flancurile filetului se neglijează, ceea ce poate cauza doar o ușoară creștere a debitului.

Întrucît teoria se referă numai la zona de dozare a melcului curgerea se consideră izotermă.

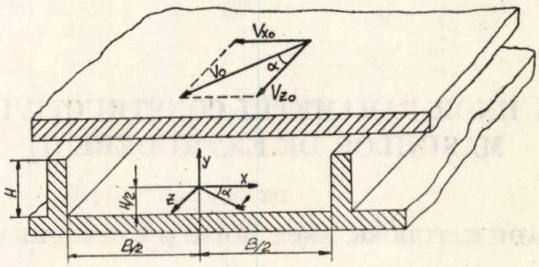



Fig. 1 — Canalul melcului și cilindrului.

Între curgerea prin antrenare și curgerea datorită gradientului de presiune se consideră că nu există interacțiune. Viteza și debitul rezultante ale celor două curgeri, pot fi calculate aditiv.

Procesul curgerii izoterme prin canalul melcului este descris de :

a) ecuația simplificată a continuității

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 ; \tag{1}$$

b) ecuațiile simplificate ale impulsului

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0 ; \tag{3}$$

c) ecuația reologică, considerînd că topitura respectă legea puterii

$$\tau_{yx} = k\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^n, \tag{4}$$

$$\tau_{yz} = k\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^n ; \tag{5}$$

d) ecuația de stare, ce corelează presiunea cu temperatura și volumul specific. Regimul fiind izoterm și topitura incompresibilă, volumul specific nu variază în lungul canalului.

Viteza de curgere a topiturii în canalul melcului este orientată după direcția de deplasare a cilindrului. Ea poate fi descompusă într-o componentă longitudinală, orientată în lungul canalului și o componentă transversală ce contribuie numai la omogenizare.

*Componenta longitudinală* $v_z$ (fig. 2) este dată de suma

$$v_z = v_{za} + (-v_{zp}), \tag{6}$$

în care fiecare termen se poate calcula separat cu ajutorul ecuațiilor curgerii, a ecuației reologice și a condițiilor de limită.

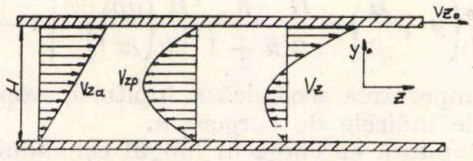



Fig. 2 — Curgerea longitudinală în canalul melcului.

Viteza de curgere prin antrenare $v_{za}$ se obține din ecuația (3) în care valoarea gradientului de presiune este egală cu zero, derivata ecuației (5) și condițiile de limită:

$$\begin{aligned} v_{za} &= v_{z0} \quad \text{pentru} \quad y = \frac{H}{2}, \\ v_{za} &= 0 \quad \text{pentru} \quad y = -\frac{H}{2}. \end{aligned} \tag{7}$$

Rezultă ecuația curgerii Couette [5]

$$v_{za} = \frac{v_{z0}}{H}\left(y + \frac{H}{2}\right). \tag{8}$$

Întrucît viteza de forfecare nu variază pe înălțimea canalului, viteza de curgere prin antrenare este independentă de comportarea reologică a lichidului.

Distribuția vitezei de curgere sub acțiunea gradientului de presiune se obține din ecuațiile (3) și (5) și condițiile de limită:

$$\begin{aligned} v_{zp} &= 0 \quad \text{pentru} \quad y = \frac{H}{2}, \\ v_{zp} &= 0 \quad \text{pentru} \quad y = -\frac{H}{2}. \end{aligned} \tag{9}$$

Gradientul de presiune din ecuația curgerii nu variază după direcția $y$. După integrare și determinarea constantelor, rezultă [9], [11]

$$v_{zp} = \frac{H}{2}\frac{n}{n+1}\left[\frac{H}{2k}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]^{1/n}\left[1 - \left|\frac{2y}{H}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right]. \tag{10}$$

Ținînd cont de expresia vitezei maxime $v_{Mp}$, dată de gruparea de termeni din fața ultimei paranteze mari, ecuația (10) devine

$$v_{zp} = v_{Mp}\left[1 - \left|\frac{2y}{H}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right]. \tag{11}$$

Viteza de curgere în lungul canalului melcului $v_z$, conform relației (6), va avea forma

$$v_z = \frac{v_{z0}}{H}\left(y + \frac{H}{2}\right) - \frac{H}{2}\frac{n}{n+1}\left[\frac{H}{2k}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]^{1/n}\left[1 - \left|\frac{2y}{H}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right]. \tag{12}$$

Ea depinde de comportarea reologică a topiturii, respectiv de indicele de consistență $k$ și de indicele de curgere $n$.

Debitul de topitură ce curge în lungul canalului, neglijînd scăpările peste marginea filetului, este dat de integrala

$$V_s = 2B\int_0^{H/2} v_z \, dy. \tag{13}$$

După introducerea expresiei $v_z$ dată de ecuația (12) și calculul integralei, rezultă

$$V_s = \frac{BH}{2}\left\{v_{z0} - \frac{n}{2n+1}\left[\frac{H}{2k}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]^{1/n} H\right\}. \tag{14}$$

*Curgerea transversală* are loc după direcția $x$. Din ecuațiile (2) și (4) și condițiile de limită :

$$\begin{aligned} &v_{xa} = -\,v_{x0} \quad \text{pentru} \quad y = \frac{H}{2}, \\ &v_{xa} = 0 \qquad \text{pentru} \quad y = -\frac{H}{2}; \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} &v_{xp} = 0 \qquad \text{pentru} \quad y = \frac{H}{2}, \\ &v_{xp} = 0 \qquad \text{pentru} \quad y = -\frac{H}{2}, \end{aligned} \tag{16}$$

urmînd procedeul folosit în deducerea ecuației (12), se obține

$$v_x = -\frac{v_{x0}}{H}\left(y + \frac{H}{2}\right) - \frac{H}{2}\frac{n}{n+1}\left[\frac{H}{2k}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]^{1/n}\left[1 - \left|\frac{2y}{H}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right]. \tag{17}$$

Contribuția componentei $v_x$ la debitul mașinii de extrudere este egal cu zero și din integrala

$$\int_0^{H/2} v_x \, dy = 0 \tag{18}$$

se obține expresia gradientului de presiune

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{2k}{H}\left[\frac{2n+1}{n}\frac{v_{x0}}{H}\right]^n. \tag{19}$$

După substituția gradientului în ecuația (17) se obține expresia componentei $v_x$ într-o nouă formă

$$v_x = -\frac{v_{x0}}{H}\left(y + \frac{H}{2}\right) + v_{x0}\frac{2n+1}{2(n+1)}\left[1 - \left|\frac{2y}{H}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right]. \tag{20}$$

*Viteza locală* $v_1$ de deplasare a topiturii în lungul melcului, fig. 3, este dată de expresia

$$v_1 = v_x \cos\alpha + v_z \sin\alpha \tag{21}$$

iar componentele vitezei periferice a cilindrului sînt

$$\begin{aligned} v_{x0} &= v_0 \sin\alpha, \\ v_{z0} &= v_0 \cos\alpha. \end{aligned} \tag{22}$$

Prin combinarea ecuațiilor (12), (20) — (22) se obține viteza de curgere pe direcția *1*:

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{2n+1}{2(n+1)}\left\{1 - \frac{n}{2n+1}\frac{H}{v_{z0}}\left[\frac{H}{2k}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]^{1/n}\right\}\left[1 - \left|\frac{2y}{H}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right]. \tag{23}$$

*Caracteristica melcului.* Debitul se poate exprima funcție de parametrii geometrici și funcționali ai mașinii de extrudere. Componenta vitezei $v_{z0}$ și lățimea canalului $B$, pentru un melc cu $N_f$ începuturi, vor avea forma

$$\begin{aligned} v_{z0} &= d_c N \cos\alpha, \\ B &= \frac{\pi(d_c - 2\delta)\sin\alpha}{N_f} - b. \end{aligned} \tag{24}$$

Pentru scăpările peste marginile filetului se aplică corecțiile propuse de Gore și McKelvey [4]:

a) pentru debitul de antrenare

$$\left[1 - \frac{\delta}{H_0}\right]^2; \tag{25}$$

b) pentru debitul gradientului de presiune

$$\left[1 + \left(\frac{\delta}{H_0}\right)^3 \frac{B}{b}\left(\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}\right)^2\right].$$

Substituția relațiilor (24) și a corecțiilor (23) în ecuația (20) conduce la caracteristica melcului

$$V_s = k_a N - k_p\left[\frac{1}{k}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]^{1/n}, \tag{26}$$

în care

$$k_a = \frac{\pi d_c H_0 \sin\alpha \cos\alpha}{2N_f}\left[1 - \frac{2\delta}{d_c} - \frac{bN_f}{\pi d_c \sin\alpha}\right]\left[1 - \frac{\delta}{H_0}\right]^2,$$

$$k_p = \frac{n}{2(2n+1)} \frac{\pi d_c \sqrt[n]{H_0^{2n+1}} \sin\alpha}{2^{1/n} N_f}\left[1 - \frac{2\delta}{d_c} - \right. \tag{27}$$

$$\left. - \frac{bN_f}{\pi d_c \sin\alpha}\right]\left[1 + \left(\frac{\delta}{H_0}\right)^3 \frac{B}{b}\left(\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}\right)^2\right],$$

Presiunea crește în lungul canalului melcului, atingînd valoarea maximă spre capătul de refulare. Topiturile fiind incompresibile, debitul volumic este independent de coordonata $z$. Prin integrarea ecuației (26), considerînd adîncimea canalului constantă, se obține

$$V_s = k_a N - k_p \left[\frac{1}{k}\frac{\Delta p}{Z}\right]^{1/n}. \tag{28}$$

Între debitul mașinii de extrudere și turația melcului, ca și în cazul lichidelor cu comportare newtoniană, există o dependență liniară. În schimb caracteristica melcului este o curbă monoton descrescătoare.

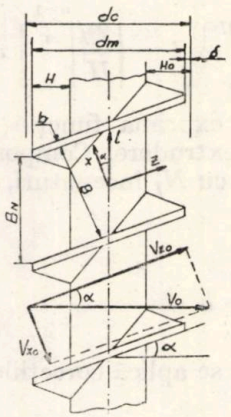



Fig. 3 — Orientarea componentelor vitezei periferice a cilindrului în raport cu axele de coordonate.

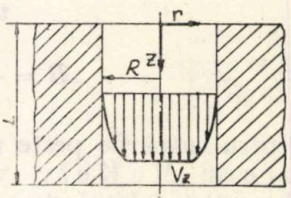



Fig. 4 — Ajutajul cilindric al filierei.

*Caracteristica filierei.* Debitul mașinii de extrudere este influențat de rezistența hidraulică a capului de extrudere. Unitatea funcțională dintre melc și filieră impune stabilirea caracteristicii filierei. În acest scop se consideră filiera prevăzută cu un ajutaj de formă cilindrică de tipul celor utilizate la obținerea filamentelor (fig. 4). Curgerea izotermă prin ajutajul filierei este descrisă de următoarele ecuații:

a) ecuația continuității curgerii

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0; \tag{29}$$

b) ecuația simplificată a impulsului în coordonate cilindrice

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rz}) - \frac{\partial p}{\partial z} = 0; \tag{30}$$

c) ecuația reologică Ostwald-de Waele

$$\tau_{rz} = -k\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)^n. \tag{31}$$

Din ultimele două ecuații se obține expresia vitezei locale [5], [9], [11]

$$v_z = \frac{n}{n+1} R\left[\frac{R}{2k}\left(\frac{dp}{dz}\right)\right]^{1/n}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]. \tag{32}$$

Debitul de topitură ce curge prin ajutajul filierei se calculează cu integrala

$$V_s = 2\pi\int_0^R v_z\, r\, dr. \tag{33}$$

După substituția vitezei dată de ecuația (32) și integrare, rezultă

$$V_s = \frac{n}{3n+1}\pi R^3\left[\frac{R}{2k}\frac{\Delta p}{Z}\right]^{1/n}. \tag{34}$$

Caracteristica filierei poate fi scrisă sub o altă formă,

$$V_s = k_F\,\Delta_p{}^{1/n}, \tag{35}$$

în care

$$k_F = \frac{n}{3n+1}\pi R^3\left[\frac{R}{2kL}\right]^{1/n}. \tag{36}$$

Combinarea caracteristicilor melcului și filierei — ecuațiile (28) și (35) — prin climinarea succesivă a debitului sau presiunii, conduc la

$$\Delta p = \left[\frac{k_a N}{k_F + k_p\left(\frac{1}{kZ}\right)^{1/n}}\right]^n, \tag{37}$$

$$V_s = \frac{k_a N}{1 + \frac{k_p}{k_F}\left(\frac{1}{kZ}\right)^{1/n}}. \tag{38}$$

Din aceste ecuații rezultă că debitul mașinii crește direct proporțional cu turația melcului, pe cînd presiunea crește proporțional cu turația la puterea $n$. Pentru lichide pseudoplastice $n < 1$, ceea ce indică, prin amplificarea turației, o creștere a presiunii mai lentă decît în cazul lichidelor newtoniene.

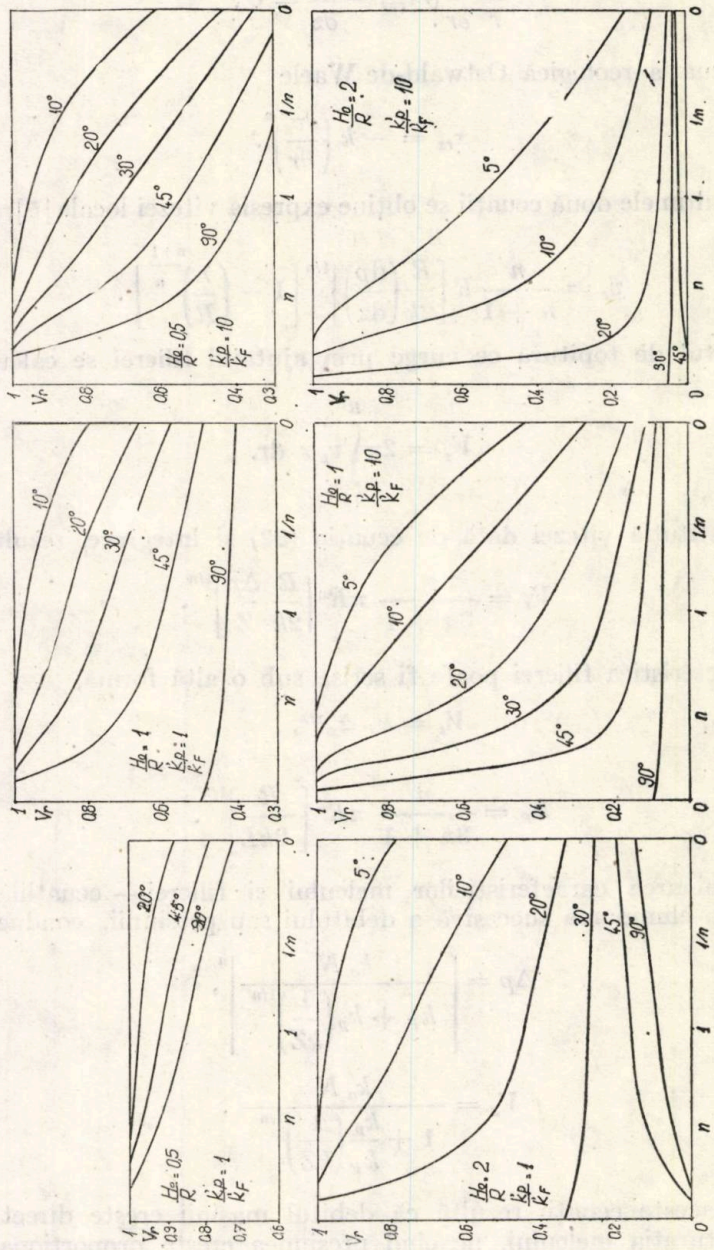



Fig. 5 — Variația debitului relativ în funcție de indicele de curgere.

*Debitul relativ.* Se poate defini un debit relativ $V_r = V_s/V_{sM}$, în care debitul maxim $V_{sM}$ corespunde cazului cînd capătul melcului este deschis

$$V_{sM} = k_a N. \tag{39}$$

Prin introducerea notațiilor

$$k'_p = \frac{\pi d_c}{2N_f}\left[1 - \frac{2\delta}{d_c} - \frac{bN_f}{\pi d_c}\right]\left[1 + \left(\frac{\delta}{H_0}\right)^3 \frac{B}{b}\left(\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}\right)^2\right], \tag{40}$$

$$k'_F = \pi R$$

și combinarea relațiilor (38) — (40) se obține expresia debitului relativ ca o funcție de indicele de curgere al polimerului și de parametrii constructivi ai melcului și filierei:

$$V_r = \left\{1 + \frac{3n+1}{2n+1}\frac{k'_p}{k'_F}\frac{H_0}{R}\left[\frac{H_0}{R}\sin\alpha\right]^{\frac{n+1}{n}}\right\}^{-1}. \tag{41}$$

Familiile de curbe avînd ca parametru unghiul filetului, obținute pentru diverse valori ale rapoartelor $k'_p/k'_F$ și $H_0/R$ constante, sînt reprezentate în fig. 5. Varația debitului în raport cu indicele de curgere al polimerului prezintă două domenii distincte:

1° pentru $\alpha \geqslant \arcsin(R/H_0)$ debitul scade continuu cu indicele de curgere;

2° pentru $\alpha < \arcsin(R/H_0)$ debitul crește continuu cu indicele de curgere.

Pe baza diagramelor se pot da unele indicații de utilizare rațională a mașinilor de extrudere. Dacă raportul $k'_p/k'_F$ are valori mari, se recomandă rapoarte $H_0/R$ subunitare și valori ale lui $\alpha$ mici. Pentru valori $k'_p/k'_F$ mici, raportul $H_0/R$ poate lua și valori supraunitare. În situația în care parametrii contructivi ai melcului și filierei sînt stabiliți, se poate verifica cu ajutorul diagramelor eficacitatea mașinii pentru diverse valori $n$, respectiv pentru diverși polimeri sau temperaturi de prelucrare.

**3. Concluzii.** În lucrare s-a abordat teoria curgerii prin canalul melcului în condiții izoterme. S-au stabilit ecuațiile vitezelor de curgere și a debitului mașinii de extrudere. În final este posibilă obținerea unei expresii a debitului relativ funcție de parametrii constructivi ai melcului, pe baza căreia se pot verifica condițiile de utilizare a mașinii de extrudere.

Ecuațiile au fost obținute într-o formă care face posibilă prelucrarea matematică ulterioară, necesară pentru stabilirea relațiilor de optimizare a unor parametri constructivi ai melcului.

**Notații**

| | |
|---|---|
| $b$ | — lățimea spirei filetului |
| $d_c$ | — diametrul cilindrului |
| $k$ | — indice de consistență |
| $k_a$, $k_p$ | — expresii în relația (26) |
| $k$ | — expresie în relația (35) |
| $k'_p$, $k'_F$ | — expresii în relația (41) |
| $n$ | — indice de curgere |
| $p$ | — presiune |
| $v$ | — viteză (indicii arată direcțiile corespunzătoare) |
| $v_0$ | — viteza de deplasare a cilindrului |
| $v_{za}$ | — viteza de curgere prin antrenare |
| $v_{zp}$ | — viteza de curgere sub acțiunea gradientului de presiune |

$B$ — lățimea canalului melcului
$H$ — adîncimea canalului
$N$ — turație
$N_f$ — numărul de începuturi al filetului
$R$ — raza filierei
$V_r$ — debitul relativ
$V_s$ — debit
$Z$ — lungimea canalului desfășurat
$\alpha$ — unghiul filetului
$\delta$ — distanța dintre cilindru și filet
$\tau$ — efort unitar

*Primită la 1 iunie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de inginerie chimică*

## BIBLIOGRAFIE

1. Fisher E. G., *Extrusion of Plastics.* Second Edition, London, Interscience Publisher, 1964.
2. Carley J. F., Mallank R. S., McKelvey J. M., Ind. Eng. Chem., **45**, 974 (1953).
3. Eccher S., Valentinotti A., Ind. Eng. Chem., **50**, *5*, 829 (1958).
4. Gore W. L., McKelvey J. M., *Theory of Screw Extruders.* Ch. *16* of *Rheology*, Vol. **3**, edited by Eirich F. R., Academic Press, New York, 1960.
5. McKelvey J. M., *Polymer Processing.* John Wiley and Sons, New York, 1962.
6. Krüger H., Kunststoffe, **53**, *10*, 711 (1963)
7. Renert M., Ionescu N., Bul. Inst. polit. București, **27**, *4*, 79 (1969).
8. Renert M., Petrescu-Prodan P., Botea N., Materiale plastice, **8**, *3*, 119 (1971).
9. Skelland A. H. P., *Non-Newtonian Flow and Heat Transfer.* John Wiley and Sons, New York, 1967
10. Flumesfelt R. W., Pierick M. W., Cooper S. L., Bird R. B., Ind. Eng. Chem. Fundam., *8*, 354 (1968).
11. Tudose R. Z., *Procese și utilaje în industria de prelucrare a compușilor macromoleculari.* Ed. tehn., Buc., 1976.

## OPTIMIZATION OF SOME CONSTRUCTIVE PARAMETERS OF EXTRUDING MACHINE SCREWS (I)

(Summary)

The solving of the flow equation of pseudoplastic polymer melts through the screw channel of an extruding machine, in isotherm conditions, has allowed the establishing of the flow and overflow rates expressions. The obtained equation for the relative overflow function of the screw constructive parameters makes possible the analysis of the processing conditions of extruding machines.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01

# CONTRIBUȚII LA SINTEZA UNGHIURILOR DE DEGAJARE CONSTRUCTIVE OPTIME

DE

VITALIE BELOUS

**1. Introducere.** Ca și în cazul optimizării unghiului de așezare constructiv, optimizarea unghiului de degajare constructiv presupune optimizarea prealabilă analitico-experimentală a unghiului de degajare funcțional și apoi, pe baza cunoașterii legăturii dintre unghiul de degajare normal $\gamma_N$ și cel de degajare funcțional $\gamma_f$, să se determine primul.

**2. Expresia generală a unghiului de degajare funcțional.** Unghiul de degajare funcțional (real) $\gamma_f$ este unghiul dintre planul de presiune $P$ normal la vectorul viteză relativă dintre sculă și piesă, $\mathbf{V} = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j} + V_z\mathbf{k}$ și planul feței de degajare $D$, măsurat într-un plan secant în care se degajă efectiv așchia, plan definit de vectorul $\mathbf{V}$ și un vector $\mathbf{D}$ care marchează direcția de degajare a așchiei și care face în planul feței de degajare un unghi $\eta$ cu normala la tăiș, $\eta$ fiind unghiul de deviere a așchiei (fig. 1).

Relația generală pentru calculul unghiurilor de degajare funcționale $\gamma_f$, funcție de cele constructive și de parametrii vitezei relative dintre sculă și piesă, a fost stabilită în 1970 de către autorul prezentei lucrări, împreună cu conf. dr. ing. M. Cozmîncă [1] și are forma

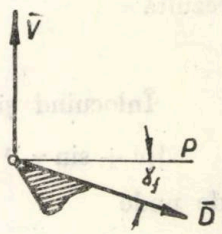


Fig. 1

$$\sin\gamma_f = \frac{\cos\eta}{V}(\sin K\cos\gamma_{N1} + \sin\lambda\cos K\sin\gamma_{N1} -$$

$$(1) \quad -\operatorname{tg}\eta\cos\lambda\cos K)\,V_x - (\cos K\cos\gamma_{N1} - \sin\lambda\sin K\sin\gamma_{N1} +$$

$$+\operatorname{tg}\eta\cos\lambda\sin K)\,V_y + (\cos\lambda\sin\gamma_{N1} + \operatorname{tg}\eta\sin\lambda)\,V_z,$$

în care, în afara notațiilor cunoscute, $\gamma_{N1}$ este unghiul de degajare constructiv, măsurat într-un plan normal la tăiș.

În sinteza geometriei optime constructive a părții așchietoare a sculelor, este necesară însă cunoașterea unei relații explicite a unghiului de degajare normal $\gamma_{N1}$ ($\gamma_N$), funcție de unghiul de degajare funcțional $\gamma_f$ optimizat pe baza maximizării-minimizării criteriilor principale de optima-

litate, durabilitatea efectivă $T$, forțele și momentele de așchiere $P_x$, $P_y$, $P_z$, $M$ și precizia și calitatea suprafeței $R_a$:

$$\frac{\partial T}{\partial \gamma_f} = 0, \qquad \frac{\partial P_x}{\partial \gamma_f} = 0, \qquad \frac{\partial P_y}{\partial \gamma_f} = 0,$$

$$\frac{\partial P_z}{\partial \gamma_f} = 0, \qquad \frac{\partial M}{\partial \gamma_f} = 0, \qquad \frac{\partial R_a}{\partial \gamma_f} = 0.$$

**3. Expresiile unghiului de degajare normal la tăiș $\gamma_{N1}$ funcție de unghiul de degajare funcțional $\gamma_f$ și de parametrii mișcării.** Grupînd termenii în relația (1), după $\cos \gamma_{N1}$ și $\sin \gamma_{N1}$, se obține

$$\sin \gamma_f = \frac{\cos \eta}{V}(\sin KV_x - \cos KV_y)\cos \gamma_{N1} + \frac{\cos \eta}{V}(\sin \lambda \cos KV_x +$$

$$+ \sin \lambda \sin KV_y + \cos \lambda V_z)\sin \gamma_{N1} - \frac{\cos \eta}{V}(\operatorname{tg} \eta \cos \lambda \cos KV_x +$$

$$+ \operatorname{tg} \eta \cos \lambda \sin KV_y - \operatorname{tg} \eta \sin \lambda V_z),$$

sau, notînd

$$\frac{\cos \eta}{V}(\sin KV_x - \cos KV_y) = a,$$

$$\frac{\cos \eta}{V}(\sin \lambda \cos KV_x + \sin \lambda \sin KV_y + \cos \lambda V_z) = b,$$

$$\frac{\cos \eta}{V}(\operatorname{tg} \eta \cos \lambda \cos KV_x + \operatorname{tg} \eta \cos \lambda \sin KV_y - \operatorname{tg} \eta \sin \lambda V_z) = c,$$

rezultă

$$\sin \gamma_f = a \cos \gamma_{N1} + b \sin \gamma_{N1} - c.$$

Înlocuind și grupînd se obține

$$[(c + \sin \gamma_f)^2 - b^2] \operatorname{tg}^2 \gamma_{N1} - 2ab \operatorname{tg} \gamma_{N1} + (c + \sin \gamma_f)^2 - a^2 = 0,$$

de unde

$$(2) \qquad \operatorname{tg} \gamma_{N1} = \frac{ab \pm \sqrt{a^2 b^2 - [(c + \sin \gamma_f)^2 - b^2][(c + \sin \gamma_f)^2 - a^2]}}{(c + \sin \gamma_f)^2 - b^2},$$

respectiv

$$(3) \quad \operatorname{tg} \gamma_N = \frac{\operatorname{tg} \gamma_{N1}}{\cos \lambda} = \frac{ab \pm \sqrt{a^2 b^2 - [(c + \sin \gamma_f)^2 - b^2][(c + \sin \gamma_f)^2 - a^2]}}{\cos \lambda [(c + \sin \gamma_f)^2 - b^2]}.$$

1. Pentru cazul particular $V_x = V_y = 0$,

$$a = 0, \quad b = \cos \eta \cos \lambda, \quad c = -\sin \eta \sin \lambda$$

și atunci

$$(4)\quad \operatorname{tg}\gamma_N = \pm\frac{1}{\cos\lambda}\left(\frac{\cos^2\eta\cos^2\lambda}{\sin^2\eta\sin^2\lambda - 2\sin\eta\sin\lambda\sin\gamma_f + \sin^2\gamma_f} - 1\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

2. Atunci cînd și unghiul de înclinare constructiv este nul,

$$(4')\qquad \operatorname{tg}\gamma_N = \operatorname{tg}\gamma_f.$$

3. Dacă se acceptă că

$$\eta \cong \lambda$$

atunci

$$\begin{cases} a = \dfrac{\cos\lambda}{V}(\sin KV_x - \cos KV_y), \\ b = \dfrac{\cos\lambda}{V}(\sin\lambda\cos KV_x + \sin\lambda\sin KV_y + \cos\lambda\, V_z), \\ c = \dfrac{\cos\lambda}{V}(\sin\lambda\cos KV_x + \sin\lambda\sin KV_y - \sin\lambda\operatorname{tg}\lambda\, V_z) \end{cases}$$

iar relația (4) devine

$$(5)\qquad \operatorname{tg}\gamma_N = \frac{-\sin^2\lambda + \sin\gamma_f}{\cos\lambda}\sqrt{\frac{1}{\cos^4\lambda - (\sin^2\lambda - \sin\gamma_f)^2}},$$

care pentru $\lambda = 0$, dă (4').

4. Pentru $\eta = \lambda = 0$,

$$\begin{cases} a = \dfrac{1}{V}(\sin KV_x - \cos KV_y), \\ b = \dfrac{V_z}{V}, \\ c = 0 \end{cases}$$

și relația (3) devine

$$(6)\qquad \operatorname{tg}\gamma_N = \frac{(V_z/V^2)(\sin KV_x - \cos KV_y)}{\sin^2\gamma_f - (V_z/V)^2} \pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{(V_z/V^2)^2(\sin KV_x - \cos KV_y)^2 - [\sin^2\gamma_f - (V_z/V)^2][\sin^2\gamma_f - V^{-2}(\sin KV_x - \cos KV_y)^2]}{\sin^2\gamma_f - (V_z/V)^2}},$$

care ca și relațiile precedente, pentru $V_x = V_y = 0$, dă $\operatorname{tg}\gamma_N = \operatorname{tg}\gamma_f$.

**4. Concluzii.** 1. S-a stabilit o relație generală (3) pentru calculul unghiurilor de degajare normale $\gamma_N$ funcție de cele funcționale $\gamma_f$, de unghiul $\lambda$ și de parametrii mișcării relative $V_x$, $V_y$ și $V_z$, relație utilizabilă

pentru cazurile cînd parametrii care diferențiază geometria constructivă de cea funcțională ($\lambda$, $V_x$ și $V_y$) au valori importante.

2. Pentru cazul particular cînd singurul parametru care diferențiază geometria constructivă de cea funcțională este unghiul $\lambda$, se folosește relația mai simplă (5).

3. În cazul cînd valoarea unghiului $\lambda$ este neglijabilă, dar parametrii $V_x$ și $V_y$ sînt importanți, se va folosi relația (6).

*Primită la 15 noiembrie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mașini-unelte și scule*

## BIBLIOGRAFIE

1. Belous V., Cozmîncă M., *Contribuții la studiul unghiului de degajare real din procesele de așchiere.* Bul. Instit. polit. Iași, XVII (XXI), *3—4*, s. IV, 145—154 (1971).

## CONTRIBUTIONS À LA SYNTHÈSE OPTIMALE DES ANGLES CONSTRUCTIFS D'ATTAQUE

(Résumé)

On déduit les relations générales pour le calcul des angles constructifs d'attaque de l'outil de coupe, en fonction des angles fonctionnels d'attaque optimisés et des composantes $V_e$, $V_y$, $V_z$ du mouvement relatif.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.09

# SISTEM PENTRU SCHIMBAREA AUTOMATĂ A SCULELOR PE UN CENTRU DE PRELUCRARE

DE

D. ZETU, C. ŢARĂLUNGĂ şi D. VEISA

**1.** Schimbarea automată a sculelor pe maşini-unelte folosind sistemul clasic cu cap revolver cere un volum mare de timp pentru reglarea lor, lucru ce a determinat pe constructorii de maşini-unelte să caute soluţii noi pentru rezolvarea acestei probleme. Problema schimbării automate a sculelor într-un timp cît mai scurt se pune cu atît mai acut, cu cît piesele prelucrate pe maşina-unealtă necesită un număr mare de operaţii succesive, deci un număr mare de scule. Soluţia problemei constă în utilizarea unui magazin de scule mobil, sub formă de disc, tambur sau lanţ, montat pe maşina-unealtă sau alăturat acesteia pe un suport propriu. Selectarea sculei din magazin ce urmează să fie schimbată se realizează cu ajutorul comenzilor numerice, iar preluarea sculei selectate din locaşul magazinului şi introducerea ei în axul principal se efectuează cu ajutorul unei mîini mecanice, denumită şi operator mecanic. Sistemul format din magazin şi mîna mecanică poartă numele de sistem de schimbare automată a sculelor.

**2.** În lucrare, autorii prezintă un sistem de schimbare automată a sculei pe o maşină orizontală de alezat şi frezat realizat în Laboratorul de maşini-unelte automate de la Institutul politehnic din Iaşi. Sistemul constă, în principal, dintr-un magazin de scule şi mîna mecanică, el putînd fi adaptat pe orice maşină-unealtă care are axul principal portsculă orizontal. O vedere generală a sistemului este prezentată în fig. 1.

Magazinul *1* este conceput sub formă de lanţ cu eclise şi role, ce se abate peste roţile de lanţ *2* şi *5*, roata *5* fiind cuplată pe axul unui motor de acţionare pneumatic rotativ. Lagărele roţilor de lanţ sînt amplasate pe un suport *4* construit din plăci de oţel prin sudare. Rolele lanţului sînt prevăzute cu locaşurile *3* în care se introduc suporturile sculelor ce se amplasează în magazin (magazinul a fost realizat pentru a permite alimentarea automată a maşinii cu un număr de 24 scule).

Blocarea sculei (suportului sculei) în locaşurile magazinului se realizează cu ajutorul unei bile cu arc, iar pentru orientarea corectă a suportului în vederea apucării de către mîna mecanică, o ieşitură de pe partea frontală a rolei magazinului intră într-un locaş frezat în suportul sculei. În vederea selectării sculei programate, coada suportului sculei este pal-

pată de două perechi de microlimitatoare electrice : prima pereche servește pentru trecerea motorului pneumatic pe treapta lentă de deplasare a magazinului, iar a doua pereche realizează comanda pentru oprirea magazinului *1*.

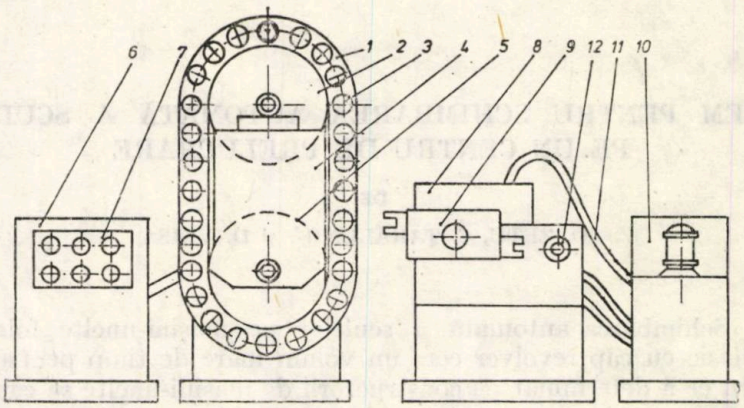



Fig. 1

Mîna mecanică *9* cu două brațe este amplasată pe suportul *8*, în interiorul căruia sînt conținute mecanismele prin care se realizează mișcările mîinii și ale brațelor din cadrul ciclului de schimbare a sculei. Pentru ca, în condiții de laborator, să se poată studia fiabilitatea sistemului, precizia în executarea mișcărilor ciclului de schimbare a sculelor, precum și timpul de schimbare, în suportul *8* a fost executat locașul conic *12*, care simulează axul principal al unei mașini orizontale de alezat și frezat. Pe suportul *6* este amplasat panoul de comandă și semnalizare *7*, iar în suportul *10* este amplasat panoul hidraulic ; dulapul electric este conținut, de asemenea, în suportul *8*. Legătura între panoul hidraulic și hidromotoarele care acționează mîna mecanică și brațele ei este asigurată prin conductele *11*.

Schema de desfășurare a fazelor ciclului de schimbare a sculei în cazul sistemului prezentat este prezentată în fig. 2. Pentru prinderea sculei folosite și care se află în axul principal și a sculei cu care urmează să fie alimentată mașina, cele două brațe ale mîinii mecanice ies din suport (faza *1*), iar extragerea acestor scule din suporturi se realizează prin deplasarea în față a mîinii mecanice (faza *2*). Apoi, brațele se strîng (faza *3*) pentru a ușura rotirea (faza *4*). După rotirea cu 180°, brațele se desfac și aduc scula folosită în fața locașului gol al magazinului, iar scula nouă în fața axului principal (faza 5). În faza *6* sculele sînt introduse în cele două locașuri, iar în faza *7* brațele se retrag de pe cele două scule.

Schema circuitelor de acționare a mîinii mecanice și a brațelor sale este prezentată în fig. 3. Mișcarea de desfacere și strîngere a brațelor mîinii mecanice se realizează cu hidromotorul $H_1$, cremaliera *1*, roata dințată *2*, axul *3*, pinionul *4* și cremalierele *5* și *6* care sînt legate solidar la brațele *12* și *13* prin care sînt apucate cele două scule. Cursa brațelor mîinii mecanice este determinată de unghiul de rotire a roții dințate *2* și acesta se

poate modifica prin modificarea cursei cremalierei *1*. În acest scop, la capetele cursei acestei cremaliere se poziționează corespunzător microlimitatoarele $LC_1$ și $LC_2$.

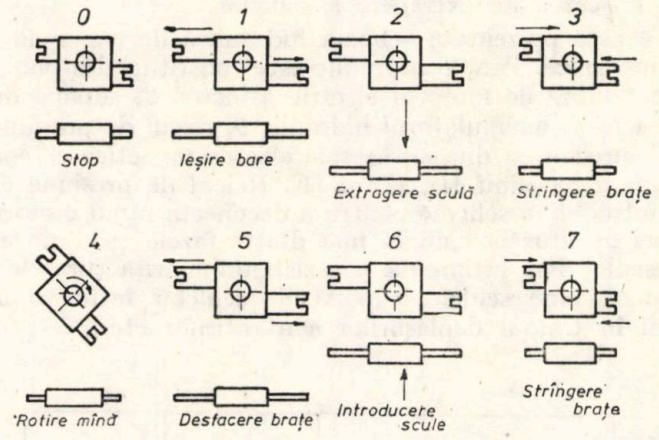



Fig. 2

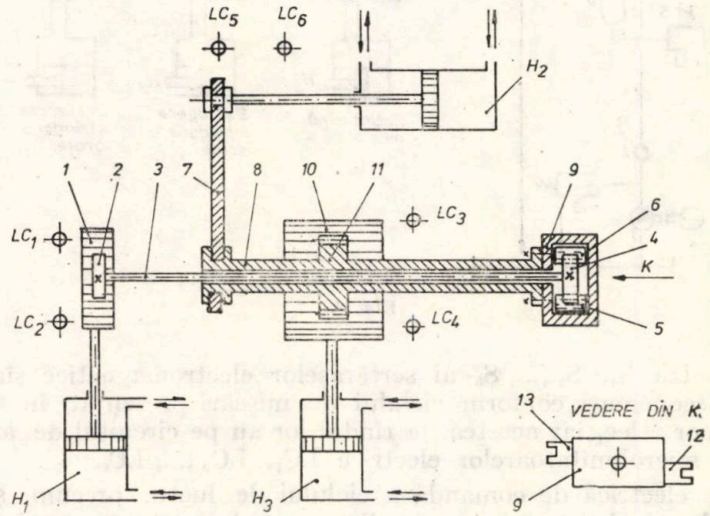



Fig. 3

Mișcarea de deplasare spre dreapta, în vederea extragerii sculelor, și spre stînga (pentru introducerea sculelor) a mîinii mecanice *9* se realizează cu hidromotorul $H_2$ prin brațul *7*, legat de tija sa, și prin manșonul *8*, legat solidar de corpul *9*. Cursa acestei mișcări, care depinde de lungimea suportului sculei, se reglează prin poziționarea corespunzătoare a limitatoarelor electrice $LC_5$ și $LC_6$.

În sfîrșit, mișcarea de rotație, într-un sens sau celălalt, a mîinii mecanice *9* se realizează prin hidromotorul $H_3$, cremaliera *10* și roata dințată *11* de pe manșonul *8* și se reglează prin poziționarea limitatoarelor electrice $LC_3$ și $LC_4$. Lățimea cremalierei *10* este cu puțin mai mare decît cursa maximă pentru mișcarea de extragere a sculelor.

În fig. 4 este prezentată schema hidraulică de comandă a mecanismelor mîinii mecanice. Panoul hidraulic este constituit din pompa cu debit constant *1*, acționată de motorul electric asincron *2*, supapa de siguranță *3*, supapa de sens *4*, acumulatorul hidraulic *6*, releul de presiune *5*, grupul manometru *7*, precum și din sertărașele electromagnetice ce comandă cele trei hidromotoare rectilinii $H_1$, $H_2$ și $H_3$. Releul de presiune *5*, electrohidraulic, este introdus în schemă pentru a deconecta rapid motorul de acționare a pompei în situația cînd în una dintre fazele ciclului de schimbare automată a sculei s-ar întîmpina o rezistență mărită (brațele mîinii mecanice nu apucă bine sculele, suporturile sculelor întîlnesc un element fix al mașinii în timpul deplasărilor sau rotirilor etc.).

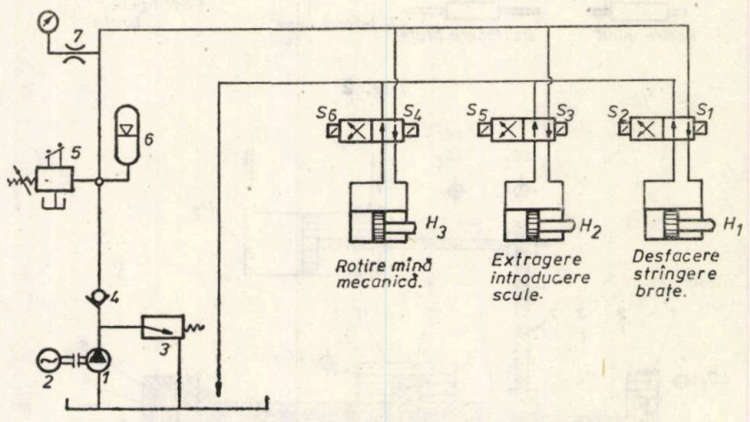



Fig. 4

Solenoizii $S_1$, $S_2$ ,...., $S_6$ ai sertărașelor electromagnetice sînt conectați sau deconectați conform ciclului de mișcări prezentat în fig. 2 cu ajutorul unor relee, iar acestea, la rîndul lor au pe circuitul de alimentare contactele microlimitatoarelor electrice $LC_1$, $LC_2$ ,...., $LC_6$.

Schema electrică de comandă a ciclului de lucru, precum și panoul de comandă al sistemului s-au realizat astfel încît să permită funcționarea sistemului în regim automat dar și în regim de reglare a diferitelor mișcări, în al doilea caz comanda realizîndu-se manual, secvență cu secvență. În acest scop, fiecare circuit de releu intermediar este dublu, astfel că el poate fi conectat fie prin unul dintre contactele microlimitatoarelor electrice $LC_1$ ,...., $LC_6$, fie prin unul din cele 6 butoane de pe panoul electric prin care se comandă manual fazele ciclului de schimbare a sculei. Trecerea schemei de pe un regim de lucru pe al doilea se face cu un comutator cu două poziții.

3. Cercetările experimentale efectuate în Laboratorul de mașini unelte automate asupra prototipului experimental realizat au urmărit următoarele obiective :

a) reglarea precisă a curselor elementelor mîinii mecanice pentru a realiza precizia realizării fazelor ciclului de schimbare a sculei ;

b) verificarea siguranței în funcționare a mecanismelor mîinii mecanice și a modului de fixare a sculelor în locașurile magazinului și al axului principal ;

c) stabilirea unui regim optim în funcționarea sistemului și găsirea unor noi soluții în scopul micșorării la maximum posibil a timpului necesar ciclului de schimbare automată a sculei.

*Primită la 2 martie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mașini-unelte și scule*

## BIBLIOGRAFIE

1. Zetu D., *Mașini-unelte automate.* EDP, Buc., 1976.
2. Botez E., *Mașini-unelte.* Vol. II, Ed. tehn., Buc., 1972.
3. * * * *Prospectele* firmelor Forest, Olivetti, Wotan, Scharmann, Mitsui Seiki, Cincinatti, Mitsubishi, Toshiba, Fritz Werner etc.

## DIE ENTWICKLUNG EINES AUTOMATISCHEN WERKZEUGWECHSELSYSTEMS AUF EINEM BEARBEITUNGZENTRUM

(Zusammenfassung)

**In diese Arbeit stellen die Verfasser ein Werkzeugwechselsystem auf einer Bohrwerkmaschine vor, das im Laboratorium für automatischen Werkzeugmaschinen entwickelt wurde. Das System besteht aus einem Werkzeugmagazin und einem Industrierobot. Er kann auf jedwederer Werkzeugmaschine angepaßt werden, die Waagerechtspindel hat.**

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01

# EROAREA ADMISIBILĂ DE STRÎNGERE—FACTOR RESTRICTIV ÎN MODELUL MATEMATIC AL REGIMULUI OPTIM DE AŞCHIERE LA STRUNJIREA SEMIFABRICATELOR INELARE PRINSE ÎN MANDRINE CU FĂLCI RADIALE GLISANTE

DE

N. GHERGHEL

**1. Introducere.** Importanţa optimizării proceselor tehnologice şi în cadrul acesteia, a determinării regimurilor optime de lucru, în procesele de prelucrare a metalelor, este bine cunoscută.

Pentru determinarea regimurilor optime de lucru, în ultimii ani s-au dezvoltat modelele matematice, iar pentru accelerarea calculelor se face apel, din ce în ce mai mult, la calculatoarele eletronice [1]...[4], [8].

Această metodă înlătură arbitrariul pe care-l implică metoda clasică de determinare succesivă a regimurilor de aşchiere, deoarece, din punct de vedere matematic, costul minim al prelucrării sau productivitatea maximă pot fi garantate numai în cazul utilizării metodei programării matematice, cu considerarea durabilităţii variabile cu condiţiile de lucru.

În structura modelului intră funcţia de optimizare (funcţia obiectiv, funcţia scop, funcţia de eficienţă, funcţia de performanţă), care exprimă criteriul de optimizare şi o serie de relaţii restrictive. În majoritatea cazurilor, drept criteriu de optimizare se consideră costul minim al operaţiei, dar se poate considera şi productivitatea maximă. Relaţiile restrictive exprimă restricţiile (limitările, constrîngerile, îngrădirile) tehnice impuse parametrilor regimului de lucru, legate de posibilităţile maşinii-unelte, particularităţile procesului de prelucrare şi cerinţele operaţiei (factori restrictivi).

S-au elaborat o serie de modele matematice pentru principalele operaţii de prelucrare prin aşchiere [2]...[4], [8] dintre care se remarcă realizările în acest sens de la Universitatea din Braşov [2], [3], [4], precum şi cele de la Institutul politehnic din Iaşi, referitoare la rectificarea (ascuţirea) electrochimică-abrazivă [1].

Însă, se impune în mod obiectiv perfecţionarea acestor modele, perfecţionare strîns legată de cunoaşterea, din ce în ce mai profundă, a proceselor de prelucrare, dezvoltarea modelării fenomenelor care intervin în aceste procese, creşterea cerinţelor operaţiilor de prelucrare, precum şi de dezvoltare a metodelor de rezolvare a modelelor cu mulţi parametri.

Lucrarea de față se plasează în acest context și propune completarea sistemului de relații restrictive a modelului matematic al regimului optim de așchiere la strunjirea semifabricatelor inelare prinse în mandrine cu fălci radiale glisante, operație de prelucrare cu largă răspîndire în producția de rulmenți și căreia i se impun cerințe ridicate de precizie și calitate.

Modelul cunoscut pentru operații de strunjire [2], [4], [8] conține ca funcție de optimizare, costul minim al operației și o serie de relații restrictive legate de viteza de așchiere permisă de proprietățile așchietoare ale sculei, de puterea disponibilă a electromotorului de acționare a mișcării principale, de ritmul liniei tehnolgice, de turația minimă și maximă admisă de cinematica mașinii-unelte, de avansul maxim admis, de rigiditatea sculei și a semifabricatului de prelucrat, de rugozitatea prescrisă suprafeței prelucrate și de rezistența mecanismului de avans, de avansul minim și maxim admis de cinematica mașinii-unelte, de adîncimea minimă și maximă de așchiere și de temperatura rezultată în zona de așchiere.

Pentru operația specificată mai sus, propunem o nouă restricție referitoare la eroarea admisibilă de strîngere pentru asigurarea preciziei de formă impusă suprafețelor prelucrate. Restricția propusă ține seama de fenomenele specifice strîngerii în dispozitive și anume de limitarea erorilor de strîngere cauzate de deformațiile în ansamblul semifabricatelor insuficient de rigide, sub acțiunea forțelor de strîngere. Avînd în vedere că aceste erori depind de mărimea forțelor de strîngere, înseamnă că mărimea acestor forțe trebuie limitată, adică pentru asigurarea preciziei de formă impusă, forțele de strîngere nu trebuie să depășească forțele de strîngere admisibile $S_a$.

Cum forțele de strîngere depind de forțele de așchiere și acestea din urmă de parametrii regimului de așchiere, restricția se transpune în limitarea valorilor parametrilor respectivi.

**2. Erori de strîngere la prinderea semifabricatelor inelare în mandrine cu fălci radiale glisante.** Este cunoscut faptul că una din erorile ce caracterizează procesele de prelucrare prin așchiere o constituie eroarea de strîngere. Această eroare are caracter sistematic și variabil și apare în timpul strîngerii semifabricatelor ca urmare a deformațiilor elastoplastice ale elementelor dispozitivului, semifabricatului și, uneori, și a mașinii-unelte sub acțiunea forțelor de strîngere, deoarece, după prelucrare, odată cu îndepărtarea forțelor de strîngere, deformațiile elastice de contact și din elementele sistemului tehnologic se redresează și semifabricatele tind să revină la poziția inițială [2], [4] — [12].

În cazul strîngerii unor semifabricate cu rigiditate ridicată, erorile de strîngere sînt cauzate, în principal, de deformațiile elastice de contact dintre suprafețele de orientare ale semifabricatelor și reazemele corespunzătoare, ce conduc la modificarea poziției suprafeței active a reazemelor față de muchia așchietoare a sculei reglată la dimensiune și deci și a poziției suprafețelor de prelucrat în raport cu bazele de măsurare. Prin redresare, aceste deformații se transmit ca erori la dimensiunile suprafețelor prelucrate [2], [4] — [12].

În cazul strîngerii semifabricatelor insuficient de rigide (cu pereți subțiri, ușor deformabile), în afara erorilor de strîngere cauzate de defor-

mațiile de contact, apar și erori de strîngere cauzate de deformațiile în anumite porțiuni sau în ansamblul semifabricatului. Prin redresare, aceste deformații se transmit ca erori de formă și, uneori, și de poziție relativă a suprafețelor prelucrate. În anumite condiții, aceste erori devin predominante în raport cu celelalte erori de prelucrare [5], [7], [12].

Dacă mărimea erorilor de strîngere provocate de deformațiile de contact este constantă, aceste erori se pot elimina prin modificarea corespunzătoare a cotei de reglare $C_R$. Dacă mărimea acestor erori nu este constantă (caz frecvent întîlnit în practică), ele se pot diminua prin reducerea variației forțelor de strîngere, prin sporirea rigidității de contact dintre semifabricat și reazeme, omogenizarea stratului superficial al suprafețelor de contact și micșorarea rugozității acestora, creșterea forțelor de strîngere la asamblarea elementelor dispozitivului etc. [5], [6], [10] — [12].

În schimb, erorile care apar la strîngerea semifabricatelor insuficient de rigide nu pot fi eliminate sau diminuate decît prin limitarea și menținerea constantă a forțelor de strîngere, precum și prin distribuirea și aplicarea corespunzătoare a acestora.

Din aceste motive, la strîngerea unor astfel de semifabricate, se impune o atenție sporită la determinarea mărimii forțelor de strîngere, la modul de distribuire și aplicare.

Cunoașterea relațiilor de dependență a erorilor de strîngere de forțele de strîngere și compararea acestor erori cu abaterile de la forma precisă a suprafețelor prelucrate, permite determinarea forței admisibile de strîngere $S_a$, care trebuie comparată cu forța limită de strîngere $S$ determinată din condiția conservării schemei de orientare în tot timpul prelucrării [12].

Pentru prinderea (orientarea și strîngerea) semifabricatelor insuficient de rigide de tipul inelelor și bucșelor, în mandrine cu 3, 4 și 6 fălci radiale glisante, s-a determinat, pe cale analitică, următoarea expresie pentru eroarea maximă de strîngere provocată de deformațiile elastice în ansamblul acestor semifabricate (fig. 1) [5], [7], [12]:

$$(1) \qquad \Delta R_{(II-II)} \equiv AF_c \equiv \varepsilon_s (F_c) = k_Z \frac{SR^3}{EI} \quad [\text{mm}],$$

în care $I$ — momentul de inerție al secțiunii semifabricatului (inel, bucșă), cm$^4$; $S$ — forța radială de strîngere a semifabricatului, pe o falcă, daN; $R$ — raza suprafeței cilindrice interioare a semifabricatului, cm; $\Delta R_{(II-II)}$ — deformația radială a semifabricatului în secțiunea în care este aplicată

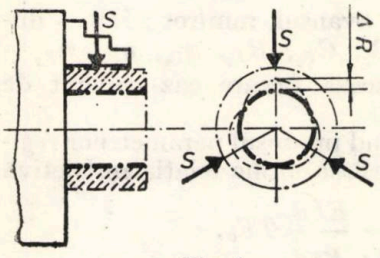



Fig. 1

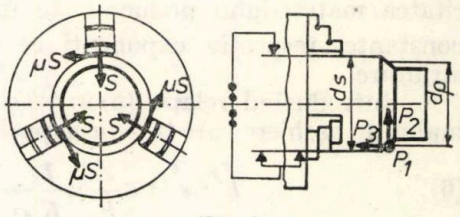



Fig. 2

forța de strîngere $S$, mm ; $AF_c$ — abaterea de la circularitate a suprafeței prelucrate, mm ; $F_c$ — forma circulară a suprafeței prelucrate ; $k_Z$ — coeficient ce depinde de numărul fălcilor mandrinei ; pentru mandrine cu 3 fălci $k_Z = 0{,}159$, pentru mandrine cu 4 fălci $k_Z = 0{,}06$, iar pentru mandrine cu 6 fălci, $k_Z = 0{,}017$ [12].

Aceste erori se transmit ca abateri de la circularitate a suprafețelor prelucrate.

**3. Calculul forței de strîngere a semifabricatelor prinse în mandrine cu fălci radiale glisante.** În situația, cea mai frecvent întîlnită în practică, cînd semifabricatul este orientat (sprijinit) axial (frontal), din condiția de precizie a suprafețelor prelucrate, sau din condiția limitării zonei de lucru a sculei aşchietoare pentru creşterea productivității prelucrării, forța de strîngere $S$ necesară conservării schemei de orientare în timpul prelucrării semifabricarelor prinse în mandrine cu fălci radiale glisante, se poate determina cu relația (fig. 2) [6], [10], [11], [12] :

$$S = \frac{K}{\mu Z} P_1 \frac{d_p}{d_s} \quad [\text{daN}], \tag{2}$$

în care $S$—forța de strîngere pe o falcă, daN ; $P_1$ — componenta tangențială a forței de aşchiere, daN ; $d_p$ — diametrul suprafeței prelucrate, mm ; $d_s$ — diametrul suprafeței de prindere (centrare și strîngere), mm ; $Z$ — numărul fălcilor ; $\mu$ — coeficientul de frecare de alunecare dintre suprafața de prindere a semifabricatului și suprafața activă a fălcilor ; $K$ — coeficientul de siguranță pentru calculul forței de strîngere.

**4. Relația restrictivă propusă.** Avînd în vedere considerațiile expuse în paragrafele **1** și **2**, relația restrictivă propusă are forma generală

$$\varepsilon_s (F_c) \leqslant (\varepsilon_s)_a \equiv TF_c, \tag{3}$$

în care $(\varepsilon_s)_a$ — eroarea admisibilă de strîngere, mm ; $TF_c$ — toleranța la circularitate a suprafeței prelucrate, mm.

Ținînd seama de relațiile (1) și (2), condiția (3) devine

$$k_Z \frac{R^3}{EI} \frac{K}{\mu Z} P_1 \frac{d_p}{d_s} \leqslant TF_c. \tag{4}$$

Conform „Bazelor aşchierii metalelor" [4], [8] etc.

$$P_1 \equiv F_z = C_{F_z} t^{x_{F_z}} s^{y_{F_z}} \text{HB}^{n_{F_z}} k_{F_z} \quad [\text{daN}], \tag{5}$$

în care $t$ — adîncimea de aşchiere, mm ; $s$ — avansul, mm/rot ; HB — duritatea materialului prelucrat, în unități HB ; $C_{F_z}$, $R_{F_z}$, $x_{F_z}$, $y_{F_z}$, $n_{F_z}$ — constante, respectiv exponenți ce caracterizează fiecare caz concret de strunjire.

Introducînd relația (5) în (4) și explicitînd produsul parametrilor regimului de aşchiere care trebuie supuși optimizării, se obține relația restrictivă

$$t^{x_{F_z}} s^{y_{F_z}} \leqslant \frac{Z}{k_z} \mu \frac{1}{K} \frac{1}{C_{F_z} k_{F_z} \text{HB}^{n_{F_z}}} \frac{EI}{R^3} \frac{d_s}{d_p} TF_c. \tag{6}$$

Valorile pentru $C_{F_z}$, $k_{F_z}$, $x_{F_z}$, $y_{F_z}$, $n_{F_z}$ se extrag din literatura de Bazele așchierii, Scule așchietoare, Tehnologia construcției de mașini [8], cele pentru $\mu$ și $K$ din bibliografia de Dispozitive [5], [6], [10], [12], iar cele pentru $d_s$, $d_p$, $R$, $TF_c$, din planul de operații ; $E$, $I$ se adoptă, respectiv se calculează conform bibliografiei de Rezistența materialelor.

**5. Concluzii.** 1. Relația restrictivă (6) propusă, ce ține seama de eroarea admisibilă de strîngere, completează modelele matematice cunoscute pentru determinarea regimului optim de așchiere la strunjirea semifabricatelor inelare prinse în mandrine cu fălci radiale glisante, adică, regimurile de așchiere determinate pe baza modelelor completate cu această restricție asigură și o precizie de formă geometrică a suprafețelor prelucrate, în acest caz de prelucrare.

2. Avînd în vedere metodologia de determinare a forțelor de strîngere, forța admisibilă de strîngere $S_a$ va coincide cu forța de strîngere $S$ determinată din condiția asigurării conservării schemelor de orientare în tot timpul procesului de prelucrare. Altfel spus, nu mai este necesară compararea celor două forțe, pentru cazul de prelucrare considerat.

*Primită la 26 februarie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mașini-unelte și scule*

## BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh., Gherghel N., *Modello matematico per l'ottimizzazione delle principali condizioni di lavoro nella rettifica elettrochimica abrasiva.* Macchine, *9*, 137—144 (1977).
2. Drăghici Gh., *Bazele teoretice ale proiectării proceselor tehnologice în construcția de mașini.* Ed. tehn., Buc., 1971.
3. Drăghici Gh., *Tehnologia tip a pieselor plane, cu axe încrucișate, cu profil complex și elicoidale.* Ed. tehn., Buc., 1977.
4. Drăghici Gh., *Tehnologia construcției de mașini.* E.D.P., Buc., 1978.
5. Gherghel N., *Construcția și exploatarea dispozitivelor.* Note de curs, Inst. polit. Iași, 1976—1979.
6. Gojineţchi N., Rener Al., *Curs de proiectarea și construcția dispozitivelor.* Inst. polit. Iași, 1970.
7. Picoş C., *Tehnologia construcției de mașini.* E.D.P., Buc., 1974.
8. Picoş C., și colab., *Calculul adaosurilor de prelucrare și al regimurilor de așchiere.* Ed. tehn., Buc., 1974.
9. Picoş C., și colab., *Tehnologia construcției de mașini. Probleme.* E.D.P., Buc., 1976.
10. Sagyebo Fr., *Proiectarea și construcția dispozitivelor.* Inst. polit. Cluj, 1969.
11. Stănescu I., Tache V., *Dispozitive pentru mașini-unelte.* Ed. tehn., Buc., 1969.
12. Tache V., Brăgaru A., *Dispozitive pentru mașini-unelte. Proiectarea schemelor de orientare și de fixare a semifabricatelor.* Ed. tehn., Buc., 1976.

## A NEW RESTRICTIVE RELATION IN THE MATHEMATICAL MODEL FOR OPTIMIZING THE CHIPPING REGIME DURING THE TURNING OF ANNULAR SEMI-PRODUCTS IN CHUCKS

(Summary)

This work suggests a new restrictive relation in the mathematical model for optimizing the chipping regime for the turning operations of the annular semi-products in chucks, in connection with the chucking admissible error.

The new model also warrants the ensuring of the geometrical form precision of the processed surfaces.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.02

# RELAȚII GENERALE DE CALCUL AL MECANISMELOR DE STRÎNGERE CU PENE

DE

N. GOJINEȚCHI

Mecanismele de strîngere cu pene sînt folosite frecvent în construcția dispozitivelor de prindere a pieselor [1] — [4] etc.; variantele constructive caracteristice ale acestor mecanisme sînt prezentate în fig. 1.

Luînd în considerare unele relații de calcul [1], [3], [4], proprii unor tipuri de mecanisme de acest gen, în prezenta lucrare s-au stabilit relații generale de calcul pentru forța de acționare și cursele penelor de strîngere, valabile — prin particularizări corespunzătoare — pentru toate variantele constructive de mecanisme cu pene utilizate în construcția dispozitivelor de prindere.

Plecînd de la un „model de referință", fig. 1*a*, 2*a*, la care s-a atașat, (fig. 2*a*) sistemul de forțe care acționează asupra elementelor sale în timpul strîngerii, s-a elaborat relația generală de calcul a forței de acționare $Q$, iar din fig. 4, în care s-au prezentat două poziții funcționale ale elementelor modelului de referință ($I—I'$ și $II—II'$), a rezultat relația generală de calcul a cursei penei.

Semnificația notațiilor utilizate în fig. 1...3 este: $I$ — pană; $II$ — plunjer (element de strîngere); $III$ — corp dispozitiv; $IV$ — rolă; $V$ — ax rolă; $VI$ — piesa strînsă; $Q$ — forța de acționare a penei; $S$ — forța de strîngere; $i_F = S/Q$ — raportul de amplificare a forțelor; $N_1$, $N_2$, $N_3$ — reacțiunile normale asupra elementelor $I$, $II$; $F_1$, $F_2$, $F_3$ — forțele de frecare corespunzătoare reacțiunilor normale $N_1, N_2, N_3$; $\mathbf{R}_1 = \mathbf{N}_1 + \mathbf{F}_1$, $\mathbf{R}_2 = \mathbf{N}_2 + \mathbf{F}_2$, $\mathbf{R}_3 = \mathbf{N}_3 + \mathbf{F}_3$; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$ — unghiuri de frecare de alunecare în cuplurile de elemente $I—III$, $I—II$, $II—III$, $I—VI$, $III—VI$; $\varphi_{1e} = \varphi_{2e} = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{r}{R}\mu\right)$ — unghiuri de frecare echivalente [3], [4], de rostogolire în cuplurile de elemente $I—III$, $I—II$, (fig. 1 *d*, *e*, *f*); $\mu$ — coeficient de frecare de alunecare între elementele $V$ — $VI$; $\varphi_{3e} = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{3l}{h}\operatorname{tg}\varphi_3\right)$ — unghi de frecare echivalent [3], [4], în cazul plunjerelor în consolă (fig. 1 *c*, *e*, *f*); $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ — unghiuri de înclinare ale suprafețelor active ale penelor; $\beta$ — unghiul dintre pana $I$ și plunjerul $II$, respectiv între $Q$ și $S$; $r, R, l, h$ — dimensiuni caracteristice de calcul (fig. 1); $C_I$ —

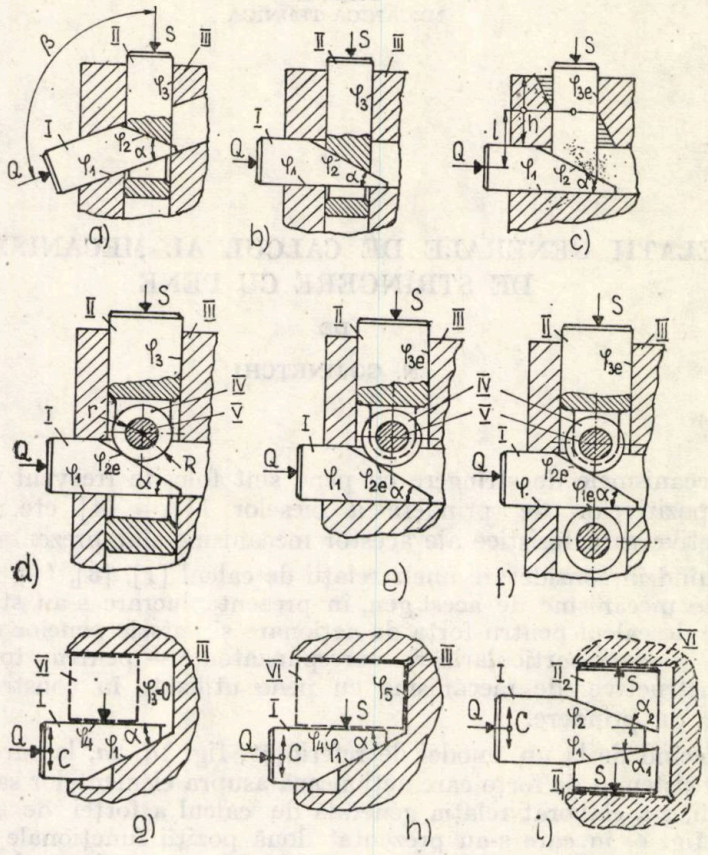



Fig. 1

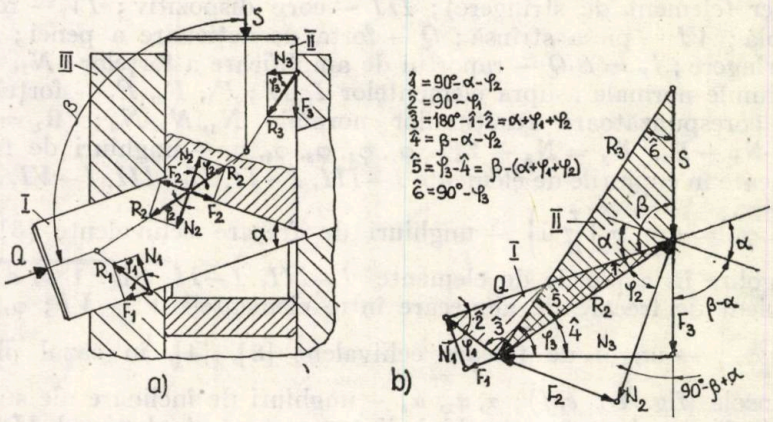



Fig. 2

cursa penei pe direcția forței $Q$ ; $C_{II}$ — cursa plunjerului ; $C$ — deplasarea penei pe direcție perpendiculară la direcția forței $Q$ ; $i_C = C_{II}/C_I$ — raportul de amplificare a curselor.

Dacă în modelul de referință (fig. 2*a*) sistemele de forțe care acționează asupra penei $I$ și plunjerului $II$ sînt considerate concurente atunci există posibilitatea construirii poligonului forțelor din fig. 2*b*, în poziția de strîngere, cînd mecanismul de strîngere se află în echilibru static. Aplicînd succesiv teorema sinusurilor în triunghiurile $I$, $II$ hașurate (fig. 2*b*), ale căror laturi reprezintă forțele $Q$, $R_1$, $R_2$, respectiv $R_2$, $R_3$, $S$, care acționează asupra elementelor $I$, $II$, se obține

$$Q = R_2 \frac{\sin \hat{3}}{\sin \hat{2}}, \quad R_2 = S \frac{\sin \hat{5}}{\sin \hat{6}},$$

adică

$$Q = S \frac{\sin \hat{5}}{\sin \hat{6}} \frac{\sin \hat{3}}{\sin \hat{2}}.$$

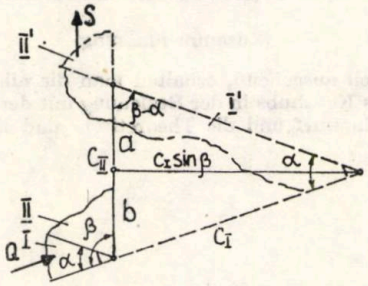



Fig. 3

Ținînd cont de expresiile unghiurilor $\hat{1}...\hat{6}$ aferente fig. 2*b*, de relațiile între funcțiile trigonometrice care intervin, prin ordonare corespunzătoare, se obține relația generală de calcul a forței $Q$ :

$$(1) \qquad Q = S \frac{\cos \varphi_3}{\cos \varphi_1} \frac{\sin (\alpha + \varphi_1 + \varphi_2)}{\sin [\beta - (\alpha + \varphi_2 + \varphi_3)]} = S \frac{1}{i_F}.$$

Considerînd două poziții funcționale logice ale elementelor $I$, $II$ (fig. 3), se obține relația generală de calcul a cursei $C_I$, $C_{II}$ sau $C$ :

$$(2) \qquad \begin{aligned} C_{II} &= a + b = C_I \sin \beta \operatorname{ctg} (\beta - \alpha) - C_I \cos \beta, \\ C_I &= C_{II} \frac{1}{\sin \beta \operatorname{ctg} (\beta - \alpha) - \cos \beta} = C_{II} \frac{1}{i_F}. \end{aligned}$$

Relațiile (1), (2) pot fi particularizate pentru orice tip de mecanism de strîngere cu pene, modul de particularizare și relațiile obținute în legătură cu mecanismele din fig. 1 fiind prezentate în tabelul 1.

Cu ajutorul acestor relaţii pot fi efectuate calcule de proiectare precum şi studii teoretice şi experimentale comparative asupra mecanismelor de strîngere cu pene.

*Primită la 1 iunie 1979*

*Institutul politehnic, Iaşi,*
*Catedra de maşini-unelte şi scule*

## BIBLIOGRAFIE

1. Корсаков В. С., *Расчеты и конструктирование приспособлении в машиностроении*. Машгиз, Москва, 1959.
2. Mauri H., *Vorrichtungsbau*. B. I, Springer Verlag, Berlin — Heidelberg — New York, 1969.
3. Stănescu I., Tache V., *Dispozitive pentru maşini-unelte. Proiectare, construcţie*. Ed. tehn., Buc., 1979.
4. Gojineţchi N., Rener A., *Curs de proiectarea şi construcţia dispozitivelor*. Inst. polit. Iaşi, 1970.

## ALLGEMEINE BEZIEHUNGEN FÜR DIE BERECHNUNG KEILMECHANISMEN DER SPANNVORRICHTUNGEN

(Zusammenfassung)

Von einem Grundmodell ausgehend, erhalten man die allgemeine Beziehungen für die Berechnung der Kraft und des Keilshubs in der Beziehung mit der Spannkraft und dem Spannelementshub, die, für den Entwurf und die Theoretisch- und Experimentellstudien notwendig sind.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9

# ASUPRA DINAMICII SISTEMULUI HIDRAULIC AL UNEI MAȘINI DE RECTIFICAT ROLE DE LAMINOR PRIN COPIERE

DE

I. CONDREA, D. ZETU, GH. UNGUREANU ȘI TITUS NESTOR

**0. Introducere.** Funcționarea corectă a unui sistem hidraulic poate fi analizată încă în faza de proiectare. Această funcționare depinde de stabilitatea aparatelor care constituie sisteme de reglare automată complexe. În analiză vor fi luate în considerație și neliniaritățile esențiale (frecarea coulombiană), avînd în vedere că, în anumite condiții de funcționare, în aparate apar autooscilații ce nu pot fi explicate și stăpînite decît în ipoteza neliniarităților. Analiza prealabilă a acestora, analiză în fază de proiect, poate da indicații privind o structură și factori ce pot fi modificați în vederea unei funcționări optime, mai ales că practic interesează nu atît parametrii autooscilațiilor, cît condițiile în care se manifestă. În cazul unei mașini de tipul celei analizate, autooscilațiile au implicații atît în ceea ce privește zgomotul, cît și calitatea suprafeței rectificate.

**1. Caracteristica dinamică a pompei.** Considerînd randamentul volumic $\eta_0$ (caracteristica statică) al pompei și factorul $\frac{1}{r} = \frac{1-\eta_0}{\eta_0}$, se ajunge [2] la ecuațiile

$$\frac{1}{r} Q_{sc} + Q_p = -T_p s P_p, \quad P_p = (T_i s + 1) Q_{sc}, \tag{1}$$

unde $Q_p$, $P_p$, $Q_{sc}$ — transformatele Laplace ale debitului și presiunii de funcționare și debitului scurgerilor; $T_p$ și $T_i$ — constantele de timp ale pompei și inerției scurgerilor; $s$ — operator.

Cu ecuațiile (1) se construiește schema structurală din fig. 2.

Veriga aperiodică ce caracterizează variația debitului scurgerilor se află în legătura inversă. Cu creșterea frecvenței variației presiunii $p_p$, debitul scurgerilor scade și deci nu mai influențează caracteristica dinamică a pompei, care va fi determinată doar de capacitatea camerei sub presiune ($T_p \sim V_p$, $V_p$ — cilindreea pompei). Factorul de amplificare $1/r$ al legăturii inverse este cu atît mai mic cu cît scurgerile sînt mai mici ($\eta_0$ mare) și deci și influența legăturii inverse.

Funcția de transfer a pompei este

$$W_p(s) = \frac{P_p}{Q_p} = \frac{r(T_i s + 1)}{r T_i T_p s^2 + r T_p s + 1}. \tag{2}$$

Pentru frecvențe medii și mari, $T_i = 0$, astfel că

(3) $$W_p(s) = \frac{-r}{rT_p s + 1},$$ verigă aperiodică.

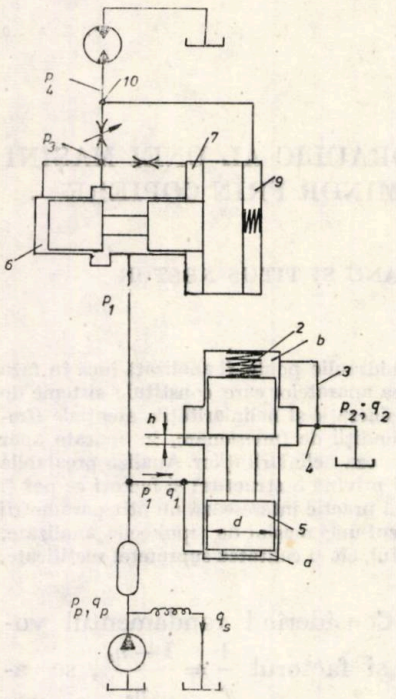



Fig. 1

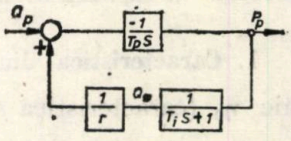


Fig. 2

**2. Caracteristica dinamică a supapei de presiune maximă.** Supapa de presiune maximă este un regulator de presiune a cărui intrare este debitul $q_1$ iar ieșirea este presiunea $p_2$. Legătura inversă se realizează prin deplasarea sertarului, $h$. Pentru a scrie funcția de transfer, se ține seama că la frecvențe apropiate de frecvența proprie a supapei, care, la rîndul ei, este apropiată de frecvența perturbatoare (datorită, de exemplu, pulsației debitului pompei), frecarea coulombiană se autoliniarizează (neliniaritățile datorite frecării uscate pot fi neglijate). În felul acesta, în ipoteza micilor oscilații, supapa poate fi considerată un sistem liniar.

Ecuațiile care descriu comportarea supapei sînt următoarele :

1. *Ecuația debitului prin sertar*, în coordonate relative (fig. 1),

$$\bar{q}_s = \bar{h} + a\bar{p}_1 - b\bar{p}_2,$$

cu $$a = \frac{p_{10}}{2(p_{10} - p_{20})}, \qquad b = \frac{p_{20}}{2(p_{10} - p_{20})}.$$

Aplicînd transformata Laplace, ecuația devine

(4) $$Q_s = H + aP_1 - bP_2.$$

2. *Ecuația de continuitate* la intrare și ieșire din supapă $q_s = q_1 - f_s\, dh/dt$, unde $f_s$ — aria suprafeței frontale a sertarului.

Trecînd la coordonate relative și aplicînd transformata Laplace, rezultă

$$Q_s = Q_1 - T_f s H, \tag{5}$$

unde $T_f = f_s h_0/q_{10}$ — constanta de timp ce caracterizează influența relativă a variației debitului la deplasarea sertarului.

3. *Ecuația de echilibru a sertarului*

$$m \frac{d^2h}{dt^2} = N_1 - N_2 - N_3,$$

unde

$$N_1 = f_s (p_a - p_b),$$

cu

$$p_a = p_1 - R_a f_s \frac{dh}{dt} - L_a f_s \frac{d^2h}{dt^2}, \qquad p_b = p_2 + R_b f_s \frac{dh}{dt} + L_b f_s \frac{d^2h}{dt^2},$$

$R_a$, $R_b$ — coeficienți de pierderi prin frecare vîscoasă în canalele *3* și *6*; $L_a$, $L_b$ — coeficienți de presiune inerțială în aceleași canale; $N_2 = c_1 (x_0 + h)$; $N_3 = c_2 h$; $c_1$ — rigiditatea arcului; $c_2 = C_d d_s (p_{10} - p_{20}) \cos \theta$ — rigiditatea datorită reacției forței hidrodinamice (Bernoulli); $x_0$ — săgeata prealabilă a arcului; $m = m_s + \frac{1}{3} m_a$; $m_s$ — masa sertarului; $m_a$ — masa arcului.

După introducerea coordonatelor relative și aplicarea transformatei Laplace, rezultă

$$(T_s^2 s^2 + T_{s1} s + 1) H = k_1 P_1 - k_2 P_2, \tag{6}$$

unde $T_S = \sqrt{m + (L_a + L_b) f_s^2/c}$ — constanta de timp a supapei; $T_{s1} = (R_a + R_b) f_s^2/c$ — constanta de timp de amortizare a supapei; $c = c_1 + c_2$ — rigiditatea totală; $k_1 = f_s p_{10}/c h_0$, $k_2 = f_s p_{20}/c h_0$ — coeficienți de amplificare în funcție de deplasare.

Pe baza ecuațiilor (4) — (6) se construiește schema structurală (bloc) a supapei din fig. 3, care permite urmărirea sensului și succesiunii trecerii semnalului perturbator. Schema structurală a supapei propriu-zise este formată din conturul intern al legăturii în al cărui circuit direct se află coeficientul ce caracterizează curgerea în fanta sertarului $1/a$, iar în legătura inversă — veriga integro-diferențială ce caracterizează inerția sertarului și debitul suplimentar datorit deplasării sale. Funcția de transfer corespunzătoare, pentru $p_2 = 0$, este

$$W_s(s) = \frac{1}{1 + \dfrac{k_1 (T_f s + 1)}{a (T_s^2 s^2 + T_{s1} s + 1)}}, \tag{7}$$

sau

(8) $$W_s(s)=\frac{T_s^2 s^2+2\zeta_s T_s s+1}{(a+k_1)(T_{s0}^2 s^2+2\zeta_{s0} T_{s0} s+1)},$$

unde $\zeta_s = T_{s1}/2T$ — coeficientul de amortizare relativă al sertarului, $T_{s0}=\sqrt{a/(a+k_1)}\ T_s$ — constanta de timp a supapei propriuzise,

$$\zeta_{s0}=\frac{aT_{s1}+k_1 T_f}{2(a+k_1)T_{s0}}.$$

Frecvența proprie a oscilațiilor supapei, fără a considera caracteristicile dinamice ale conductei de evacuare, este

(9) $$f_r=\frac{1}{2\pi T_{r0}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{a+k_1}{a}}\frac{1}{T_r}.$$

Adică frecvența proprie a supapei este determinată nu numai de construcția sa, ci și de parametrii regimului stabil, $p_{10}$ și $p_{20}$, de care depind $a$ și $k_1$.

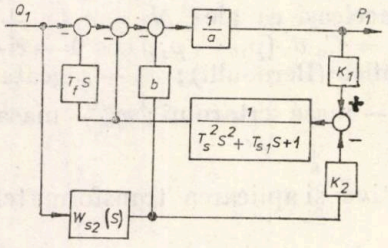



Fig. 3

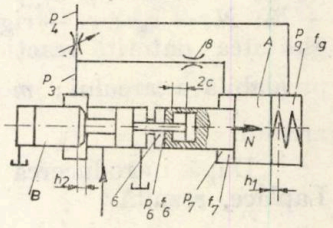



Fig. 4

**3. Caracteristicile dinamice ale regulatorului de debit.** Regulatorul de debit este de tipul cu două căi, supapă-drosel, montat pe intrarea în hidromotor (fig. 1). Funcția de transfer a droselului este

(10) $$W_d(s)=\frac{Q_d}{P_{cd}}=\frac{1}{2(T_d s+1)},$$

corespunzînd unei verigi aperiodice cu factorul de amplificare 1/2 și constanta de timp $T_d$.

Regulatorul de debit realizează stabilizarea căderii de presiune pe drosel și, prin aceasta, stabilizarea debitului. Pentru stabilirea caracteristicilor dinamice ale regulatorului de debit, se consideră următoarea expresie a funcției sale de transfer

(11) $$W_r(s)=\frac{Q_i}{P_i},$$

unde $P_i$ — imaginea transformatei Laplace a presiunii în punctul *10* (fig. 1), constituind acțiunea perturbatoare asupra regulatorului; $Q_i$ — imaginea debitului în același punct.

*Ecuația sertarului* rezultă din aplicarea liniarizării armonice a forțelor de frecare uscată. Pentru aceasta, sertarul supapei de reducție se consideră format din două părți: inerțială, A, asupra căreia acționează toate forțele, cu excepția celei de frecare, care acționează asupra părții neinerțiale B, legată de prima cu joc, fig. 4. Ecuația diferențială a părții A este

$$m_1 \frac{d^2h_1}{dt^2} = N_4 + p_9 f - (p_7 f_7 + p_6 f_6) - N_c,$$

unde $m_1$ — masa redusă a sertarului; $N_4$ — forța arcului; $N_c$ — componenta axială a forței hidrodinamice; $h_1$ — deplasarea părții A, a cărei creștere se consideră pozitivă cînd duce la creșterea secțiunii de trecere.

Frecarea lichidă a sertarului se neglijează în comparație cu rezistența amortizorului *8*, a cărei caracteristică liniarizată este $q = k_d (p_7 - p_3)$. Dar, $q_d = f_7 \frac{dh_1}{dt}$ și deci $p_7 = p_3 + \frac{f_7}{k_d} \frac{dh_1}{dt}$, cu $f_7 + f_6 = f$, astfel încît ecuația părții A se scrie

$$m_1 \frac{d^2h_1}{dt^2} + \frac{f_7}{k_d} \frac{dh_1}{dt} = N_4 + f(p_9 - p_6) - N_c.$$

Trecînd la creșteri și, deoarece $N_4 = -e_1 dh_1$, $N_c = e_2 dh_1$, unde $e_1$ — rigiditatea arcului; $e_2$ — rigiditatea reacției hidrodinamice, cu notațiile $p_6 - p_9 = p_c$; $p_{60} - p_{90} = p_{c0}$, imaginea Laplace a ecuației părții A este

$$(T^2 s^2 + T_1 s + 1) H_1 = -k_3 P_c, \tag{12}$$

unde

$$T = \sqrt{\frac{m_1}{e_1 + e_2}}, \quad T_1 = \frac{f_7^2}{k_d (e_1 + e_2)}, \quad k_3 = \frac{f p_{c0}}{(e_1 + e_2) h_{10}},$$

$$H_1 = L\left[\frac{h_1(t)}{h_{10}}\right], \quad P_c = L\left[\frac{p_c(t)}{p_{c0}}\right] = r_1 P_6 - r_2 P_9.$$

Funcția de transfer a sertarului A poate fi pusă sub forma

$$W_A(s) = \frac{H_1}{P_c} = \frac{-k_3}{T^2 s^2 + T_1 s + 1}, \tag{13}$$

care, în vederea analizei schemelor structurale desfășurate, se scrie sub forma

$$H_1 = W_A(s) (r_1 P_6 - r_2 P_9). \tag{14}$$

O analiză suficient de precisă, considerînd frecarea uscată, are în vedere proprietatea de filtrare a sistemului, condiționată de inerția sa. Astfel, la cercetarea regimurilor periodice, poate fi considerată numai armonica fundamentală a oscilațiilor. Analog cu funcția de transfer care descrie reacția sistemului linear la o acțiune de intrare sinusoidală, prin liniarizarea armonică se introduce noțiunea de coeficient de amplificare complex

echivalent [2]. Semnalul de intrare $x = a \sin kt$ provoacă ieșirea $y = a(g \sin kt + b \cos kt)$, sau $y = (g + jb)\, a\, e^{jkt}$. $W_{ne} = g + jb$ — coeficient de amplificare echivalent; $W_{ne} = A_n e^{j\varphi_n}$, unde $A_n = g^2 + b^2$ — caracteristica de amplitudine, $\varphi_n = \text{arc tg}\,(b/g)$ — caracteristica de fază a verigii neliniare, ambele fiind funcții de amplitudinea semnalului de intrare.

Legătura dintre părțile A și B este determinată de coeficientul $W_{ne}$, adică $H_2 = W_{ne} H_1$, astfel că funcția de transfer a sertarului regulatorului, cu considerarea frecării uscate, are forma

$$W_1(s) = W_{ne} W_A(s) = -\frac{W_{ne} k_3}{T^2 s^2 + T_1 s + 1}. \tag{15}$$

*Ecuația ariei secțiunii de trecere în funcție de deplasarea sertarului* este o ecuație liniară. Imaginea Laplace este

$$F = \frac{3}{2} H_3. \tag{16}$$

*Ecuația debitului prin sertarul regulatorului.* Presupunînd caracteristica pătratică, imaginea Laplace este

$$Q_3 = F + r_3 P_1 - r_4 P_3, \tag{17}$$

unde $Q_3$ — imaginea Laplace a variației relative a debitului prin fanta sertarului; $P_1$, $P_3$ — imaginile Laplace ale presiunilor relative la intrarea în și ieșirea din sertar; $r_3 = p_{10}/2\,(p_{10} - p_{30})$; $r_4 = p_{30}/2\,(p_{10} - p_{30})$.

*Funcția de transfer a droselului* poate fi pusă sub forma

$$Q_d = W_d(s)\,(r_5 P_3 - r_6 P_4), \tag{18}$$

unde $p_{cd} = p_3 - p_4$, $r = p_{30}/(p_{30} - p_{40})$, $r_6 = p_{40}/(p_{30} - p_{40})$.

*Ecuația de continuitate*, cu considerarea compresibilității, este

$$q_d = q_3 + f\frac{dh_2}{dt} - \left(\frac{V_6}{E_0}\frac{dp_6}{dt} + \frac{V_7}{E_0}\frac{dp_7}{dt}\right),$$

unde $V_6$ și $V_7$ — volumele de ulei în cavitățile *6* și *7* și canalele ce leagă secțiunea de trecere a sertarului cu droselul.

Exprimînd $p_7$ în funcție de $p_6$, ecuația devine

$$q_d = q_3 - \frac{V_6 + V_7}{E_0}\frac{dp_6}{dt} - \frac{V_7 f_3}{k_d E_0}\frac{d^2 h_2}{dt^2} + f\frac{dh_2}{dt}.$$

Imaginea Laplace a acestei ecuații este

$$Q_d = Q_3 - T_c s P_6 - T' s\,(T'' s - 1)\, H_2, \tag{19}$$

unde $T_c = (V_6 + V_7)\, p_{60}/E_0 q_{d0}$ — constanta de timp a compresibilității uleiului în cavitățile și canalele aparatului; $T' = f h_0/q_{d0}$ — constanta de timp ce caracterizează debitul suplimentar provocat de deplasarea sertarului; $T'' = V_7/k_d E_0$; $Q_3$ — imaginea Laplace a debitului prin sertar.

Se poate neglija $T''$ în comparație cu celelalte constante de timp, astfel că ecuația (19) devine

$$Q_d = Q_3 - T_c s P_6 + T' s H_2. \tag{20}$$

Mai trebuie considerat și debitul la ieșirea din aparat (pct. *10*) $q_a = q_d - f\,dh_2/dt$, a cărui imagine Laplace este

$$Q_a = Q_d - T' H_2 s. \tag{21}$$

În calculul regulatorului de debit trebuie considerată și funcția de transfer a pompei (2) sau (3), în care $T_i$ — constanta de timp a inerției scurgerilor; $T_p = V_p p_{p0}/E_0 q_{p0}$ — constanta de timp a volumului util al pompei.

Intrarea (perturbația) este variația presiunii $P_4$ la ieșire din drosel, iar ieșirea este variația debitului la ieșirea din drosel, $Q_a$. Presiunea înainte de drosel, $P_2$, este coordonata legăturii inverse a cărei variație determină variația căderii presiunii pe drosel, $P_c$, care provoacă variația debitului prin drosel $Q_d$, conform funcției de transfer $W_d(s)$ și, simultan, deplasarea sertarului $H_2$, conform funcției de transfer $W_3(s)$. Diferența dintre debitul $Q_d$ și debitul determinat de deplasarea sertarului ($T' s H_2$), constituie variația debitului la ieșire din drosel $Q_a$, iar acesta, luînd în considerație și compresibilitatea în canalele care leagă droselul cu sertarul, provoacă variația debitului prin sertar $Q_3$ și, în combinație cu variația secțiunii de trecere $F$, variația presiunii $P_3$, care închide sistemul.

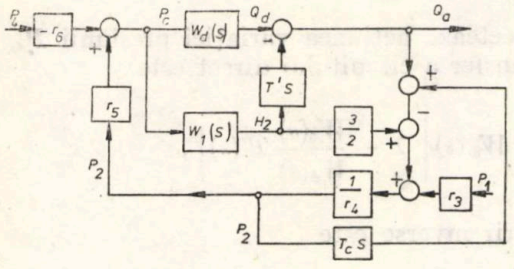



Fig. 5

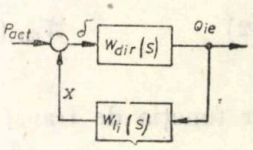



Fig. 6

În cazul considerării sarcinii variabile a pompei, sistemul este perturbat de o a doua acțiune (de intrare) $r_3 P_1$, care este aplicată circuitului legăturii inverse (fig. 5). Presiunea $P_1$ depinde nu numai de funcțiile de transfer ale pompei și conductelor, ci și de funcțiile de transfer ale aparaturii legate cu conducta de refulare a pompei, în speță, supapa de presiune maximă.

Întrucît regulatorul de debit se montează aproape de pompă, poate fi neglijată funcția de transfer a conductelor de legătură.

Schema structurală din fig. 5 redă succesiunea trecerii semnalelor. Totuși, pentru studierea dinamicii regulatorului, schema este nepotrivită deoarece conține un mare număr de conexiuni. Pentru obținerea funcției de transfer a sistemului închis al regulatorului de debit este suficient a stabili matricea de transfer sau a rezolva sistemul de ecuații deduse mai

sus, eliminînd variabilele intermediare și reținînd acțiunea de intrare și coordonata de ieșire. Pentru studiul stabilității regulatorului, cît și pentru analiza și sinteza parametrilor săi constructivi sînt necesare funcția de transfer și caracteristica de frecvență ale sistemului deschis. Pentru aceasta este rațional ca schemele să fie aduse la forma din fig. 6, în care, $P_{act}$ — variația presiunii care constituie acțiunea de intrare; $Q_{ie}$ — variația debitului, coordonata de ieșire; $X$ — coordonata legăturii inverse principale; $\delta$ — eroarea sistemului, care este minimă în cazul sistemului stabil; $W_{dir}(s)$ — funcția de transfer a circuitului direct; $W_{li}(s)$ — funcția de transfer a legăturii inverse. În cazul general, trebuie considerate cele două acțiuni de intrare: variația presiunii $P_4$, provocată de variația sarcinii, și variația presiunii $P_1$, provocată de pompă sau de supapa de presiune maximă. În ambele cazuri, coordonata de ieșire este variația debitului $Q_a$. Schema structurală echivalentă a regulatorului de debit este dată în fig. 7, iar schema structurală în cazul acțiunii lui $P_1$ este reprezentată în fig. 8.

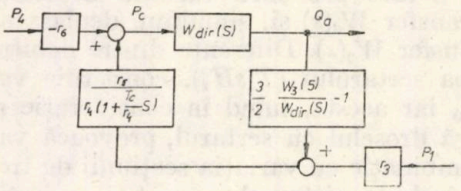



Fig. 7

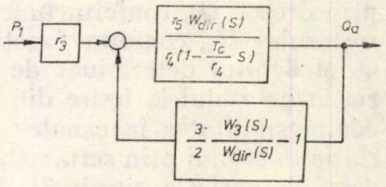



Fig. 8

În primul caz, cînd se cercetează acțiunea variației presiunii $P_4$, se ia $P_1 = 0$. Astfel, funcția de transfer a circuitului direct este

$$W_{dir}(s) = \frac{Q_a}{P_c} = W_d(s)\left[1 - \frac{W_3(s)}{W_d(s)}T'(s)\right], \tag{22}$$

iar funcția de transfer a legăturii inverse este

$$W_{li}(s) = \frac{r_5\left[\frac{2}{3}\frac{W_3(s)}{W_{dir}(s)} - 1\right]}{r_4\left(\frac{T_c}{r_4}s + 1\right)}. \tag{23}$$

În al doilea caz, cînd se examinează reacția aparatului la variația presiunii la intrare $P_1$ (fig. 8), funcțiile de transfer ale circuitului direct și legăturii inverse se modifică,

$$W'_{dir}(s) = \frac{r_5 W_{dir}(s)}{r_4\left(\frac{T_c}{r_4}s + 1\right)}, \tag{24}$$

$$W'_{li}(s) = \frac{3}{2}\frac{W_3(s)}{W_{dir}(s)} - 1. \tag{25}$$

Funcția de transfer a sistemului deschis este aceeași în ambele cazuri

$$W_{dir}(s) = \frac{r_5 W_{des}(s)\left[\frac{3}{2}\frac{W_3(s)}{W_{dir}(s)} - 1\right]}{r_4\left(\frac{T_c}{r_4}s + 1\right)}, \tag{26}$$

care, avînd în vedere relațiile de mai sus, poate fi scrisă sub forma

$$W_{des}(s) = \frac{0{,}5\, r_5}{r_4(T_a s + 1)\left(\frac{T_c}{r_4}s + 1\right)}\left[\frac{3k_3(T_a s + 1)\left(\frac{2}{3}T' s + 1\right)}{(T'^2 s^2 + T'^1 s + 1)} + 1\right]. \tag{27}$$

Funcțiile de transfer ale sistemului închis, pentru cele două acțiuni, sînt diferite, și anume, în cazul acțiunii $P_4$, funcția de transfer a sistemului închis este

$$W_i'(s) = -\frac{r_4 W_{dir}(s)}{1 + W_{des}(s)}, \tag{28}$$

iar în cazul acțiunii $P_1$,

$$W''(s) = \frac{r_5 r_3 W_{dir}(s)}{r_4\left(\frac{T_c}{r_4}s + 1\right)[1 + W_{des}(s)]}. \tag{29}$$

**4. Concluzii.** Au fost deduse unele caracteristici dinamice ale sistemului hidraulic al mașinii de rectificat prin copiere role de laminor. Pe baza caracteristicii (27) pot fi construite caracteristicile de frecvență teoretice ale sistemului deschis al regulatorului de debit pentru diverse presiuni și debite de lucru, rezultînd limitele între care acești parametri pot varia pentru o bună funcționare a mașinii, iar pe baza caracteristicilor (28) și (29), caracteristicile de frecvență ale sistemului deschis al regulatorului. Poate fi evidențiată importanța forțelor de frecare coulombiană asupra apariției autooscilațiilor.

O cercetare experimentală a sistemului construit va permite optimizarea prototipului prin corectarea parametrilor constructivi și reglarea parametrilor funcționali la valori optime.

*Primită la 1 august 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mașini-unelte și scule*

## BIBLIOGRAFIE

1. Condrea I., *Hidraulica mașinilor-unelte.* Tipar-Rotaprint, Inst. polit. Iași, 1971.
2. Zetu D., *Concepția unei mașini-unelte pentru rectificarea rolelor de la cajele de laminare.* Bul. Inst. polit. Iași, XXIV (XXVIII), *1—2*, s. IV (1978).
3. Кородочкин Б. Л., *Динамика гидравлических систем станков.* Машиносроение, М., 1976.

## SUR LA DYNAMIQUE DU SYSTÈME HYDRAULIQUE D'UNE MACHINE À RECTIFIER DES ROULEAUX POUR CAGES DE LAMINOIR

(Résumé)

On présente un étude analytique des charactéristiques dynamiques d'un système hydra ulique d'une machine-outil à rectifier des rouleaux pour cages de laminoir, étude préalable à la recherche expérimentale du prototype.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—2, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

# Prof. dr. ing. GHEORGHE CAŞLER

**1922—1979**

În seara zilei de 1 ianuarie 1979 a încetat din viaţă profesorul doctor inginer Gheorghe Caşler, şeful catedrei de maşini-unelte şi scule, membru în Comitetul de partid al centrului universitar.

S-a născut la 1 ianuarie 1922 în oraşul Tighina, dintr-o familie de muncitori. A absolvit Facultatea de electromecanică a Institutului politehnic din Iaşi. Remarcat încă de student, este reţinut direct în învăţământul superior ca asistent la Laboratorul de electricitate — tehnologia metalelor — organe de maşini. În 1948 a fost numit profesor la disciplina de maşini-unelte, iar în 1950, şef al catedrei de maşini-unelte şi scule, funcţie onorată pînă în ultima clipă.

Personalitate puternică, a contribuit în mod hotărîtor la organizarea şi dezvoltarea învăţământului tehnic mecanic superior în Iaşi. S-a remarcat ca un competent cercetător în domeniul aşchierii metalelor şi al maşinilor-unelte, fiind autorul a peste 80 de lucrări ştiinţifice originale, invenţii, manuale, făcîndu-se cunoscut şi peste hotare prin publicarea de articole în Machine-outil française, Ingegneria, Macchine. Teza de doctorat, susţinută cu succes în 1972, a constituit o sinteză a cercetărilor iniţiate încă din anul 1955 în domeniul dinamicii aşchierii metalelor.

O realizare cu totul remarcabilă a profesorului Gheorghe Caşler o constituie organizarea şi dezvoltarea, după o concepţie originală, a unităţii de integrare a învăţământului cu cercetarea, proiectarea şi pro-

ducția în domeniul mașinilor-unelte — o demonstrație convingătoare a disponibilităților integrării ca mijloc principal al modernizării învățământului superior.

În calitate de conducător de doctorat, a contribuit la formarea unor cadre de nădejde, specialiști de înaltă calificare pentru învățământ, cercetare, producție.

În cei 32 de ani de activitate în învățământul superior, profesorul Gheorghe Cașler a îndeplinit sarcini politice și de conducere de mare răspundere, cum au fost cea de președinte al Centrului de asistență studențească din Iași, decan al Facultății de mecanică, prorector al Institutului politehnic din Iași, membru al Comisiei învățământului superior pentru coordonarea cercetării științifice în ramura construcției de mașini. A fost președinte al Comitetului sindical al I.P.I., secretar al organizației de partid a I.P.I., membru în Biroul de partid al centrului universitar, în Comitetul municipal de partid Iași, iar în ultima vreme, secretar adjunct pentru problemele profesionale în cadrul Comitetului de partid al centrului universitar.

Pentru merite deosebite în munca profesională și obștească, profesorul Gheorghe Cașler a fost decorat cu Ordinul muncii clasa a III-a și cu diverse medalii ale RSR.

Stingerea prematură din viață a profesorului Gheorghe Cașler constituie o grea pierdere pentru Institutul politehnic din Iași, pentru toți cei care l-au cunoscut, l-au prețuit și i-au fost colaboratori.

*Catedra de mașini-unelte și scule*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 1—4, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

# RECENZII

## BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

HASSALL J. R., ZAVERI K., *Application of Brüel and Kjaer Equipment to Acoustic Noise Measurements*. 3 rd Edition, Brüel a Kjaer, Naerum, Denmark, 1978, 280 pp.

The book deals with one of the most important problems of technical up-to-dateness in its relationship with ecological factors.

The main chapters are the following: Physical Properties of Noise; Psycho - Acoustics and Noise Criteria; Measurement Techniques and Instrumentation; Product Noise Measurement in the Technological Process; Noise in the Urban Community; Standards and Recommendations.

The first two chapters contain synthetic theoretical references of great inter st for the noise measurement techniques.

It is remarkable the fact that from the whole of theoretical aspects those are chosen that immediately and directly intervene in practice.

In the chapters dedicated to both psycho-acustic and noise measurement teehniques as related to previous works there are introduced modern elements, new criteria, a description of the highest scientific level equipment, as well as measurement methods and interpretation of results.

Under such conditions, the work may be considered as a very precious guide for those who work both in the noise control field and in the design practice as well as in the equipment exploitation.

*M. Gafiţanu*

GINN K. B., *Application of Brüel and Kjaer Equipment to Architectural Acoustics*. 1st Edition, Naerum, Denmark, 1978, 170 pp.

In a domain of great actuality the book may be considered as an introduction into the measurement and interpretation methods with Brüel and Kjaer equipment.

The chapters of the book are the following: Fundamentals and Definitions; Acoustics of Rooms; Acoustics of Buildings; Criteria for Noise Control and Sound Insulation; Measuring Techniques; Suggestions for Measurement Chains Choice.

It is remarkable the fact that in the chapter „Fundamentals and Definitions" there are reviewed some theoretical considerations on sound waves propagation.

At the same time, the chapter „Measuring Techniques" presents valuable news concerning the instrumentation and the interpretation methods.

For those who work in the field of housebuilding, the summarized book can be appreciated as a most interesting, guiding material; at the same time, it can be successfully utilized by students and other specialists interested in this field.

*M. Gafiţanu*

Coli tipo 7 coli

Tiparul executat sub cd. 247
la Întreprinderea poligrafică Iaşi
str. 7 Noiembrie nr. 49

1980 MAR 18

40822

F 1503/4

# BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXV (XXIX)

Fasc. 3—4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1979

# BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXV (XXIX)

Fasc. 3-4

## SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1979

**COLEGIUL DE REDACŢIE**

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOŢAN, prof. dr. ing. GH. CAŞLER, prof. dr. ing. M. GAFIŢANU (preşedinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

**COMITETUL DE REDACŢIE AL SECŢIEI**

**IV. MECANICĂ TEHNICĂ**

Conf. dr. ing. PAUL MATEI
Prof. dr. ing. C. PICOŞ
Prof. dr. ing. DAVID PERETZ

**REDACŢIA**

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacţie)
Asist. ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXV (XXIX), Fasc. 3—4 1979

Secţia IV

# MECANICĂ TEHNICĂ

## SUMAR

Pag.

UBIRATAN D'AMBROSIO (Brazilia), DARIO MARAVALL CASESNOVES (Spania), SERGIU T. CHIRIACESCU şi D. I. MANGERON, Cercetări teoretice şi experimentale asupra stabilităţii maşinilor şi agregatelor de maşini. (I) Stabilitatea dinamică a sistemelor de prelucrare (engl., rez. rom.) . . . . . 9

ELISABETA RUSU şi AURORA CRĂCIUNAŞ, Teoremă de existenţă şi unicitate a soluţiei ecuaţiilor teoriei generalizate a termoelasticităţii micropolare liniare. (I) Condiţii iniţiale omogene (franc., rez. rom.) . . . . . 17

SILVIA G. NEAGU, Propagarea undelor într-un material elastic liniar, anizotrop, omogen, cu microstructură (engl., rez. rom) . . . . . 25

M. BOUILLEAU (Franţa), V. POTERAŞU şi P. JOUANNA (Franţa), Repartiţia elasto-plastică de eforturi unitare în vecinătatea unei fisuri. Calcul aproximativ pentru o grindă încovoiată. Studiu critic (franc., rez. rom.) . . 31

ALFRED BRAIER şi CORINA FLORESCU, Notă asupra polului acceleraţiilor (rom., rez. franc.) . . . . . 37

ILIE RUSU şi PAUL MATEI, Cercetări experimentale asupra reţelelor de profile cu pas neuniform (rom., rez. rusă) . . . . . 41

RADU Z. TUDOSE şi ANCA MOISE, Optimizarea unor parametri constructivi ai melcilor maşinilor de extrudere (II) (rom., rez. engl.) . . . . . 47

GR. I. TAŞCĂ, Contribuţii la studiul cinematicii şi dinamicii acţionării electrice a utilajelor, cu rotorul tip tobă, pentru tocat şi măcinat furaje fibroase şi grosiere (rom., rez. franc.) . . . . . 57

V. NECULĂIASA, Cercetări experimentale asupra uzurii oţelurilor în medii abrazive (rom., rez. franc.) . . . . . 69

MIRCEA ZUGRĂVEL, RADU GAIGINSCHI, VIRGIL GIURCĂ, CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU, N. WASZKIEWICZ şi D. PAŞA, Cercetări privind utilizarea metanolului drept combustibil pentru motoarele autovehiculelor (rusă, rez. rom.) . . . . . 75

Pag.

BOGDAN HORBANIUC şi RONALD PERETZ, Influenţa unor parametri funcţionali asupra rezistenţei termice globale interioare a termosifoanelor bifazice cupru/apă (germ., rez. rom.) . . . . . 81

RONALD PERETZ, Metodica transpunerii datelor experimentale de laborator pe condiţiile reale de funcţionare ale tuburilor termice (germ., rez. rom.) . 87

TRAIAN VIDRAŞCU, OVIDIU SCUTARU şi N. MATEESCU, Consideraţii privind realizarea unui sistem de aprindere electrică cu tranzistori româneşti (rom., rez. engl.) . . . . . 93

ILIE D. BURSUC şi TRAIAN VIDRAŞCU, Contribuţii la studiul sistemului de aprindere electrică cu semiconductori de tip inductiv (rom., rez. engl.) . 97

CAZIMIR BOHOSIEVICI, Influenţa regimului de aşchiere la frezarea frontală asupra pasului mediu al rugozităţii (rusă, rez. rom.) . . . . . 101

N. GOJINEŢCHI, Unele consideraţii privind calculul şi comportarea în funcţionare a mandrinelor cu pene şi fălci radiale glisante (rom., rez. germ.) . 105

N. GHERGHEL şi MAGDA GHERGHEL, Consideraţii privind aspectul, structura şi modul de formare a suprafeţelor prelucrate la rectificarea electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă a aliajelor dure sinterizate pentru scule aşchietoare (rom., rez. franc.) . . . . . 109

ERNST RUDOLPH GEORG ECKERT, Profesor la Universitatea din Minnesota *(M. Gafiţanu)* . . . . . 113

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXV (XXIX), Fasc. 3—4 1979

Section IV

# APPLIED MECHANICS

## CONTENTS

Pp.

UBIRATAN D'AMBOSIO (Brasil), DARIO MARAVALL CASESNOVES (Spain), SERGIU T. CHIRIACESCU and D. I. MANGERON, Machines and Machines Aggregates' Stability Problems Theoretical and Experimental Investigations. (I) Dynamic Machining Systems Stability (English, Romanian summary) . . . . . 9

ELISABETA RUSU et AURORA CRĂCIUNAŞ, Théorème d'existence et d'unicité de la solution dans la théorie généralisée de la thermoélasticité micropolaire linéaire. (I) Conditions initiales homogènes (French, Romanian summary) . . . . . 17

SILVIA G. NEAGU, Wave Propagation in an Anisotropic Homogeneous Linearly Elastic Material with Microstructure (English, Romanian summary) . . 25

M. BOUILLEAU (France), V. POTERAŞU et P. JOUANNA (France), Répartition élasto-plastique de contraintes au voisinage d'une fissure. Calcul approché dans une poutre en flexion. Étude critique (French, Romanian summary) . . . . . 31

ALFRED BRAIER et CORINA FLORESCU, Note sur le centre instantané des accélérations (Romanian, French summary) . . . . . 37

ILIE RUSU et PAUL MATEI, Recherches expérimentales sur les réseaux de profils à pas nonuniforme (Romanian, Russian summary) . . . . . 41

RADU Z. TUDOSE and ANCA MOISE, Optimization of Some Constructive Parameters of Extruding Machine Screws (II) (Romanian, English summary) . . . . . 47

GR. I. TAŞCĂ, Contributions à l'étude cinématique et dynamique des équipements électriques pour les outillages à hacher et moudre les fourages (Romanian, French summary) . . . . . 57

V. NECULĂIASA, Recherches expérimentales sur le phénomène d'usure dans les milieux abrasivs (Romanian, French summary) . . . . . 69

MIRCEA ZUGRĂVEL, RADU GAIGINSCHI, CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU, VIRGIL GIURCĂ, N. WASZKIEWICZ and D. PAŞA, Researches Concerning the Use of Methyl Alcohol as Fuel for Car Engines (Russian, Romanian summary) . . . . . 75

Pp.

BOGDAN HORBANIUC und RONALD PERETZ, Der Einfluss einiger funktionalen Parameter auf den thermischen Gesamtinnenwiderstand von zweiphasigen Wasser/Kupfer Thermosyphons (German, Romanian summary) 81

RONALD PERETZ, Einige Methodik zur Übertragung von Versuchsergebnissen auf die reellen Arbeitsbedingungen der Wärmerohre (German, Romanian summary) . . . . . 87

TRAIAN VIDRAȘCU, OVIDIU SCUTARU and N. MATEESCU, Considerations Concerning the Achievement of an Ignition System with Romanian Transistors (Romanian, English summary) . . . . . 93

ILIE D. BURSUC and TRAIAN VIDRAȘCU, Contribution to the Study of Solid State Inductive Ignition (Romanian, English summary) . . . . . 97

CAZIMIR BOHOSIEVICI, Influence du régime de coupe au fraisage en bout sur le pas moyen des irrégularités du profil (Russian, Romanian summary) 101

N. GOJINEȚCHI, Einige Betrachtungen über die Berechnung und das Funktionverhalten der Keilkolbenfuttern (Romanian, German summary) . . . 105

N. GHERGHEL et MAGDA GHERGHEL, Considérations sur l'aspect, la structure et le mode de formation des surfaces usinées à la rectification électrochimique-abrasive à pression constante des alliages dures syntérisés pour la coupée des métals (Romanian, French summary) . . . . . 109

ERNST RUDOLPH GEORG ECKERT, Professor at University of Minnesota (*M. Gafițanu*) . . . . . 113

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Том XXV (XXIX), Вып. 3—4 1979 г.

Секция IV

# ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

## СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

УБИРАТАН Д'АМБРОЗИО (Бразилия), ДАРИО МАРАВАЛ КАЗЕСНОВЕС (Испания), СЕРДЖЮ КИРИАЧЕСКУ и Д. И. МАНДЖЕРОН, Теоретические и экспериментальные исследования устоичивости машинных агрегатов. (I) Динамическая устойчивости обрабатывающих систем (англ., рез. рум.) . . . . . 9

ЭЛИСАБЕТА РУСУ и АУРОРА КРЭЧЮНАЩ, Теорема о существовании и единственности решения уравнений обобщенной теории линейной микрополярной термоупругости. (I) Начальные условия (франц., рез. рум.) . . . . . 17

СИЛВИЯ Г. НЯГУ, Распространение волн в линейной анизотропной однородной упругой среде с микроструктурой (англ., рез. рум.) 25

М. ВУЙО (Франция), В. ПОТЕРАШУ и П. ЖУАННА (Франция), Эласто-пластическое распределение единичных усилий в окресности трещини. Приближенное вычисление в случае балки подверженной изгибу (франц., рез. рум.) . . . . . 31

АЛФРЕД БРАИЕР и КОРИНА ФЛОРЕСКУ, О центре ускорении (рум., рез. франц.) . . . . . 37

ИЛИЕ РУСУ и ПАУЛ МАТЕИ, Экспериментальное исследование решеток с неравномерных шагом (рум., рез. руск.) . . . . . 41

РАДУ З. ТУДОСЕ и АНКА МОИСЕ, Оптимизация некоторых конструктивных параметров экструзионных шнековых машин (II) (рум., рез. англ.) . . . . . 47

ГР. И. ТАШКЭ, Вклад в изучение кинематики и динамики электроприводов оборудовании с ротором барабанного типа для измельгания и размола грубах и волокнистах кормов (рум., рез. франц.). . . . 57

В. НЕКУЛЭИАСА, Экспериментальные исследование на износ сталеи в абразивное среде (рум., рез. франц.) . . . . . 69

МИРЧА ЗУГРЭВЕЛ, РАДУ ГАИДЖИНСКИ, ВИРДЖИЛ ДЖЮРКЭ, КОНДРАТ-АДРИАН ХОМУТЕСКУ, Н. ВАСЗКИЕВИКЗ и Д. ПАША, Исследование возможности применения метанола как топливо для автомобильных двигателей (русск., рез. рум.). . . . . 75

Стр.

БОГДАН ХОРБАНЮК и РОНАЛД ПЕРЕЦ, Влияние некоторых функциональных параметров на внутреннее глобально-термическое сопротивление двухфазных медь вода-термосифонов (нем., рез. рум.) 81

РОНАЛД ПЕРЕЦ, Методика транспонирования лабораторных экспериментальных данных на реальные условия функционирование термических трубах (нем., рез. рум.) . . . . . 87

ТРАИАН ВИДРАШКУ, ОВИДЮ СКУТАРУ и Н. МАТЕЕСКУ, К выработке системы зажигания с румынскими транзисторами (рум., рез. англ.) . . . . . 93

ИЛИЕ Д. БУРСУК и ТРАИАН ВИДРАШКУ, К изучению системы зажигания индуктивного типа с полупроводниками (рум., рез. англ.) . . . . . 97

КАЗИМИР БОХОСИЕВИЧ, Влияние режима резания при торцовом фрезеровании на средний шаг неровностей профиля (русск., рез. рум.) . . . . . 101

Н. ГОЖИНЕЦКИ, Несколько виды расчёта и функционирования клиновых патронов (рум., рез. нем.) . . . . . 105

Н. ГЕРГЕЛ и МАГДА ГЕРГЕЛ, Об аспекте, структуре и формировании обработанных поверхностей электрохимической абразивной ректификацией с постоянным нажатием твердых синтеризованных сплавов для строгальных инструментов (рум., рез. нем.) . . . . . 109

ЭРНСТ РУДОЛФ ГЕОРГ ЭКЕРТ, Прдфессор миннесотский университет *(М. Гафицану)* . . . . . 113

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 621—50

# MACHINES AND MACHINES AGGREGATES' STABILITY PROBLEMS THEORETICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

## I. DYNAMIC MACHINING SYSTEMS STABILITY

BY

UBIRATAN D'AMBROSIO, DÁRIO MARAVALL CASESNOVES,
SERGIU T. CHIRIACESCU and D. I. MANGERON

*To the founders of Engineering Mechanics*
*IN MEMORIAM*

**1.** In the framework of the categorizing mechanical systems regarding stability and the use of various analytical àpproaches for studying stability of nowadays vehicles, machines and their aggregates, and on the ground of various machines' details stability researches, as for instance, if we restrict ourselves to mention here just some very recent ones :

a) Dynamic stability of Timoshenko beams on an elastic foundation [1]; b) Stability and vibration of tnick-walled tubes subjected to finite twist and external pressure [2]; Travelling-wave-induced instability of structures [3]; d) Geometrically nonlinear problems of structural dynamic stability and accuracy [4], the authors, single or joint with some of their co-workers, did investigated, among others, in a set of their already published papers, favourably reviewed in the international bibliographical periodicals [5]; e) Stability problem of a selfcontrolled system generalizing mathematical model of the bifilar lifting dynamics [6]; f) The *Global stability* of cutting machine tools spindles [7]; The stability of nonlinear and multivariable tyme-lags dynamic machining systems [8], a.o.

In the present work certain mathematical models concerning linear and nonlinear dynamic machining systems, DMS, and their stability are investigated and the influence of the overlap factor on the absolute stability charts is established, while the comprehensive experimental results related with as well as the set of the corresponding figures, worked out under one of the authors direction by Dr. Eng. I. B a l c u in the Machines'Dynamics Laboratory of the University of Brashov and their quite a good coincidence with the established mathematical models will be exposed in some of the forthcoming papers.

**2. Dynamic Machining System.** In the first approach every DMS can be considered as an elastic structure subject to certain cutting forces. Such a structure with $n$ normal modes of vibrations can be described by a system of differential equations of the form

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} + c_i \frac{dy_i}{dt} + k_i y_i = \beta_i F, \quad (i = 1, 2, ..., n), \tag{1}$$

where $m_i$, $c_i$, $k_i$ are the equivalent masses (kg), the damping coefficients of the oscillatory modes (N.s/mm), and the spring coefficients (N/mm)

of the structure, respectively. Further $\beta_i$'s are the angles (rad) of oscillatory modes of the structure related with the resultant cutting force $F$ (N) which is assumed to be normal to the machined surface, $\nu_i$'s are displacements (mm) in the directions of the oscillatory modes and $t$ (sec) is the time variable.

The dynamic deviation of uncut chip thickness $x$ (mm) can be expressed as a function of $u$ or $y$ in the form

$$x = u_0 - u = y(t) - \mu y(t - T), \tag{2}$$

where the $u_0$ (mm) is the nominal uncut chip thickness, $u$ (mm) is the instantaneous uncut ship thickness, $y(t)$ (mm) is the relative displacement between tool and workpiece normal to the machined surface, $T$ (sec) is the delay time between the tip and face of the tool and $\mu$ is the overlap factor. For the time lag $T$ we have the following experimental formulae: $T = 1/N$ for lathe, $T = 1/2N$ for drill, and $T = 1/3N$ for milling machine, where $N$ (rot/min) is spindle speed.

It has been shown in [9] that

$$y = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \nu_i, \tag{3}$$

where the $\alpha_i$'s (rad) are the angles of the oscillatory modes of the structure relative to a line normal to the machined surface.

Using symbolic calculus with one variable, Eqs. (1)—(3) yield

$$y = G(p)F, \qquad x = H(p)y \tag{4}$$

and

$$G(p) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i \beta_i}{m_i p^2 + c_i p + k_i}, \qquad H(p) = 1 - e^{-pT}, \tag{5}$$

where $p = d/dt$.

In general the variation $\Delta F$ (N) of the resultant cutting force $F$ is a function of $\dot{x} = dx/dt = px$ [10]. Therefore

$$\Delta F = \Delta F(x, px) = F_0 - F, \tag{6}$$

where $F_0$ (N) is the nominal value of the resultant cutting force $F$.

Eliminating $F$ and $y$ from (4) and (6) we obtain

$$x + G(p)\,H(p)\,\Delta F(x, px) = G(p)\,H(p)\,F_0. \tag{7}$$

In the following we briefly discuss the stability of certain linear and nonlinear DMS described by Eq. (7).

**3. Linear Dynamic Machining System.** If $\Delta F$ is assumed to be linear in $x$, i.e.

$$\Delta F = k_u x, \qquad k_u = \text{const.}, \tag{8}$$

where $k_u$ (N/mm) is the static cutting stiffness, one can consider:

(i) *Structures with constant parameters.* In this case we have $m_i = \text{const.}$, $c_i = \text{const.}$, $k_i = \text{const.}$, and Eqs. (7) and (8) yield

$$W(p) = \frac{x(p)}{F_0(p)} = \frac{G(p)\,H(p)}{1 + k_u G(p)\,H(p)}, \tag{9}$$

where $W(p)$ is the transfer function for the DMS.

The stability of the DMS depends on the location of the roots of the characteristic equation

$$1 + k_u G(p)\,H(p) = 0 \tag{10}$$

in the complex plane. Such a stability analysis can be easily carried out employing the method of M e r r i t [11] introducing the equation

$$k_u G(j\omega) = -\frac{1}{1 - e^{-j\omega T}}, \tag{11}$$

$$p = j\omega, \quad (j = \sqrt{-1}),$$

where $\omega$ (rad/sec) is the angular frequency.

Clearly, we can use other well known methods in the stability analysis [12]—[15].

In any case, no matter which method is used, the stability of the DMS is of asymptotic type. A necessary and sufficient condition to assure such a state is

$$\int_0^\infty |\, w(t)\,|\, dt < \infty, \tag{12}$$

where $w(t)$ is the weighting function of the closed loop system [16].

It was shown in [17] that asymptotic stability type criteria equivalent to (12) play only a moderate role in the machine synthesis or in machine design.

In [17] it was shown that the global stability criterion

$$\int_0^\infty |\, w(t)\,|\, dt \leqslant \frac{M_2}{M_1} = \varepsilon^{-1} \tag{13}$$

makes possible for a given DMS to find parametric domain where the amplitudes of the variations does not surpass certain given limits and the angular frequency remains in a prescribed range, while the *global instability* estimation for the DMS is expressed by

$$\int_0^\infty |\, w(t)\,|\, dt > \varepsilon^{-1}, \tag{14}$$

where

$$M_1 = F_{0_{max}}(N), \quad M_2 = \delta_1 = \lambda\delta = x_{0_{max}}, \quad \lambda > 1, \tag{15}$$

$\delta$ (mm) is the tolerance size and $\delta_1$ (mm) is the part of the tolerance size

which compensates the errors resulting from the combined action of random factors.

The above global criteria have been successfully applied to certain problems involving adaptive controls of machine-tools, as well as to boring (or drilling) bars and to the optimization of cutting process parameters [18].

(ii) *Structures with slowly varying parameters.* In this case $m_i = m_i(t)$ $c_i = c_i(t)$ and $k_i = k_i(t)$ are slowly varying functions of time.

It has been shown experimentally and theoretically [19] that the asymptotic stability criterion for structures with slowly varying parameters is of the form

$$\int_0^\infty | w(t - \xi, \xi) | \, d\xi < \infty, \quad (0 < t < t_0), \tag{16}$$

where $t_0$ (sec) is the machining time and $w(t-\xi, \xi)$ is the associated weighting function obtained from the generalized weighting function $w(t - \xi, \xi)$ ($\xi \neq$ const., $t \neq$ const.) by setting $t =$ const.

The "global stability" and the "global instability" criteria are

$$\int_0^\infty | w(t - \xi, \xi) | \, d\xi \leqslant \varepsilon^{-1}, \quad (0 < t < t_0) \tag{17}$$

and

$$\int_0^\infty | w(t - \xi, \xi) | \, d\xi > \varepsilon^{-1}, \quad (0 < t < t_0), \tag{18}$$

respectively.

Note that in Eqs. (13) and (17) the equality sign corresponds to the bound of stability for the DMS.

(iii) *Structures with general time varying parameters* $m_i = m_i(t)$, $c_i = c_i(t)$ *and* $k_i = k_i(t)$. For this general case we only mention that in [19] the stability of machine-tools spindle and the asymptotic stability of a workpiece system during a turning process have been analysed [20].

**4. Nonlinear Dynamic Machining Systems.** Clearly, in realistic structures of machine-tools dynamics the most appropriate mathematical models can be described by a system of differential equations of the form

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} + c_i \frac{dy_i}{dt} + k_i [y_i + \varphi_i (y_i)] = F \cos \beta_i, \tag{19}$$

where

$$\varphi_i (y_i) = a_i y_i^2 + b_i y_i^3 \quad (a_i = \text{const.}, \; b_i = \text{const.}) \tag{20}$$

and the resultant cutting forces $F$ and $F_0$ are nonlinear. The actual determination of the dynamic variation $\Delta F$ of $F$ as a function of $x$ and $px$, $\Delta F = \Delta F(x, px)$, is a very difficult problem.

Reffering to the above equations we observe that the DMS is a time-lag nonlinear system. The influence of the overlap factor on the stability

charts may be investigated by the method of harmonic linearization of the nonlinearities due to cutting force and elastic structure.

Taking into consideration the dynamic component of cutting force $F$ (6), where $F_0$ is the steady-state value of cutting force,

$$x = \sum_{i=1}^{n} \nu_i \cos \alpha_i \tag{21}$$

and $\alpha_i$ (rad), just as it was previously underlined, is the angle of oscillatory mode $\nu_i$ relative with a line normal to machined surface, let us expose what follows.

**5. Characteristic Equations of Dynamic Machining System.** The transfer matrice of the cutting process can be written in the form

$$H(p) = \frac{\Delta F(p)}{x(p)} = \frac{\Delta F_0}{x_0}\left(\cos \varphi_0 - \frac{p}{\omega} \sin \varphi_0\right)(1 - \mu e^{-pT}), \tag{22}$$

where $\Delta F_0$ is the amplitude of the force $\Delta F$ ; $\varphi_0$ is the phase difference between $x$ and $\Delta F$ ; $\mu \in (0, 1]$ is the overlap factor, and $T$ is the delay time between tip and tool face.

Applying the method of harmonic linearization to the nonlinearities (20) we find

$$\varphi_i(\nu_i) = 0.75\, b_i\, \nu_{i0}^2\, \nu_i\,, \tag{23}$$

where $\nu_{i0}$ are constants.

Reffering to Eqs. (19), (6) (in which $F_0 = 0$), (22) and (23), the characteristic equation is obtained as follows

$$1 + H(p) \sum_{i=1}^{n} \frac{\cos \alpha_i \cos \beta_i}{m_i p^2 + c_i p + k_i (1 + 0.75\, b_i\, \nu_{i0}^2)} = 0. \tag{24}$$

**6. Absolute Stability Charts.** By substituting Eq. (22) in (24) and putting $p = j\omega$ the following equations are obtained

$$\begin{aligned} &1 + \frac{\Delta F_0}{x_0}\left[\lambda_1(\varepsilon)\, R_e(\omega) - \lambda_2(\varepsilon)\, I_m(\omega)\right] = 0, \\ &\lambda_1(\varepsilon)\, I_m(\omega) + \lambda_2(\omega)\, R_e(\omega) = 0, \end{aligned} \tag{25}$$

where

$$\varepsilon = \omega T - 2\pi l \qquad (l = 0,\ 1,\ 2\,,\ldots), \tag{26}$$

$$\lambda_1(\varepsilon) = \cos \varphi_0 - \mu \cos(\varepsilon + \varphi_0), \quad \lambda_2(\varepsilon) = \sin \varphi_0 - \mu \sin(\varepsilon + \varphi_0), \tag{27}$$

$$\mathrm{Re}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \frac{[-m_i \omega^2 + k_i (1 + 0.75\, b_i\, \nu_{i0}^2)] \cos \alpha_i \cos \beta_i}{[-m_i \omega^2 + k_i (1 + 0.75\, b_i\, \nu_{i0}^2\,]^2 + c_i^2 \omega^2}, \tag{28}$$

$$\mathrm{Im}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i \omega \cos \alpha_i \cos \beta_i}{[-m_i \omega^2 + k_i (1 + 0.75\, b_i\, \nu_{i0}^2]^2 + c_i^2 \omega^2}. \tag{29}$$

The amplitude $\Delta F_0$ and $\nu_{i0}$ are not independent. The relationship between $\Delta F_0$ and $\nu_{i0}$ has the form

$$\frac{9}{16} b_i^2 k_i^2 \nu_{i0}^2 + 1.5\, b_i k_i (k_i - m_i \omega^2) \nu_{i0}^2 + [(k_i - m_i \omega^2)^2 + c_i^2 \omega^2] \nu_{i0}^2 - \Delta F_0^2 [\lambda_1^2(\varepsilon) + \lambda_2^2(\varepsilon)] \cos^2 \beta_i = 0. \tag{30}$$

Using Eqs. (25)—(30) a computer program has been elaborated to find the unknown values $\Delta F_0$ (or $x_0$) and $n = 60/T$ and some stability charts to be given in one of our forthcoming paper have been plotted.

*Remark.* a) In one of the forthcoming papers we shall present the graphs and the numerical results for a more general DMS stability problem. We shall take into consideration regulating uncut chip thickness, the regulating value of the resultant cutting force, the deviation of the machined surface dimension, as well as various other perturbating factors.

b) It is worthy to underline the domain of applications of one of the authors "global stability" and "global instability" criteria is extendible to various other formes of the transfer functions [21].

c) It is of interest to find out practical methods to apply the "global stability" criteria for dynamic machining systems with more complicated structures and more than two degrees of freedom.

d) The harmonic linearization method permits to indicate the influence of the different parameters on the absolute stability charts of the DMS.

*Received December 15, 1979*

*State University of Campinas, Sao Paolo, Brasil,*
*Academie of Sciences, Madrid, Spain,*
*University of Brashov, Romania*
*and*
*Polytechnic Institute, Jassy*

## REFERENCES

1. Abbas B. A. H., Thomas J., *Dynamic Stability of Timoshenko Beams Resting on an Elastic Foundation.* J. Sound Vibration, **60**, 30—44 (1978).
2. Ertepinar A., *Stability and Vibrations of Thick-walled Tubes Subjected to Finite Twist and External Pressure.* J. Solids Structures, **14**, 715—722 (1978).
3. Farshad M., Tadjbakhsh I., *Travelling-wave-induced Instability of Structures.* J. Franklin Institute, **305**, 343—350 (1978).
4. Carter Wellford L., Jr., Hamdam S. N., *An Analysis of an Implicit Finite Element Algorithm for Geometrically Nonlinear Problems of Structural Dynamics Stability and Accuracy.* Computer Methods appl. Mech. Engin., **14**, 377—390; 391—399 (1978).
5. Charkov V. P., Review concerning Chiriacescu S. T., Heaps H. S., Mangeron D. and Oguztoreli's M. N. paper *Nonlinear and Multivariable Time-lags Dynamic Machining System*, Theor. and Appl. Mech., 14th IUTAM Congress, Delft, 1976. Abstr. Amsterdam, 1976, 94—96, in Referativny Zhurnal Mekhanika, Nr. 3B, 1977, 307, p. 37.
6. Krivoshein L. E., Kutanov A., Mangeron D. J., Oguztoreli M. N., *Issledovanie nelineinykh integro-differentsial'nykh sistem s avtoregulirovaniem v predelakh integrirovania, obobščaiuščikh matematičeskie modeli dinamiki bifiliarnogo pod'ema.* Ukrain. Mat. Zh., **29**, *3*, 392—397 (1977).
7. Chiriacescu S. T., Mangeron D. J., Oguztoreli M. N., *Der Einfluss des Drehbankherzens auf die asymptotische Stabilität des Werkstucksystems beim Drehen.* Utilitas Mathematica, **3**, 251—284 (1973).
8. Chiriacescu S. T., Crudu I., Mangeron D., Oguztoreli M. N., *On the Stability of Cutting Machine-tools.* Proc. Fourth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Newcastle upon Tyne, UK, 1185—1189, 1975.

9. Chiriacescu S. T., Mangeron D., Oguztoreli M. N., *Beitrag zum Studium der Ermittlung der Instabilität des dynamischen Arb itssystems spanabhebender Werkzeugmaschinen*. Mechanism and Machine Theory, **9**, *1*, 37—48 (1974).
10. Koenigsberger F., Tlusty J. (Ed.), *Machine Tool Structures*. Vol. I, Pergamon Press, New York—Oxford—Braunschweig, 1970.
11. Merrit H. E., *Theory of Self-Excited Machine-Tool Chatter*. J. Eng. for Industry, Trans. ASME, Series B, **87**, *4*, 447—454 (1965).
12. Mangeron D., *Mechanics of Vibrations*, in the volume „Foundations of Mechanics" by Z. Gaboș, D. Mangeron and I. Stan (in Romanian), Ed. Acad., Bucharest, 1962.
13. Mangeron D., Irimiciuc N., *Rigid Bodies Mechanics and Applications to Engineering Problems* (in Romanian). Vol. I, Ed. Tehn., Bucharest, 1978.
14. Maravall Casesnoves, D., *Mecanica* (in Spanish), Madrid.
15. D'Ambrosio U., *Calculo das variaçoes* (in Portughese), Universidade Estadual de Campinas, IMECC, Monografias de Matematica pura e aplicada, Vol. **8**, 1978; *Dynamical Systems and Huygens' Principle*. Philosophia Mathematica, **9**, *1*, 27—39 (1972).
16. Gibson G. E., *Nonlinear Automatic Control*. McGraw-Hill, New York, 1973.
17. Chiriacescu S. T., *A General Formulation of the Equations of Self-Excited Machine-Tool Chatter and Contributions to the Study of Dynamic Stability of Machining Processes* (in Romanian). Doctoral Dissertation, Polytechnic Institute of Jassy, 1971.
18. Mangeron D., Oguztoreli M. N., Chiriacescu S. T., *Sur la stabilité asymptotique des pièces à usiner lors du tournoiement*. Proc. Fourth Canadian Congress Appl. Mechanics, Montréal, May 28-June 1, 1973, pp. 457—458 ; Mangeron D., Chiriacescu S. T., Balcu I., *Dynamic Machining System. The Influence of the Overlap Factor of the Absolute Stability Charts*. Proc. Nat. Conf. on Appl. Mechanics, University of Brașov, Romania, 4 p., 1978 ; Chiriacescu S. T., Leung K. V., Mangeron D. J., Oguztoreli M. N., *Performance Criteria of the Adaptive Control of Machine-Tools*. Proc. Sixth Canadian Congress Appl. Mechanics, Vancouver, B. C., July, 1977.
19. Chiriacescu S. T., *Schwingungen beim Zerspannungsvorgang. Eine allgemeine Untersuchungmethode*. Werkzeugmaschine International Jg., *3*, 35—40 ; *4*, 45—46 (1973).
20. Chiriacescu S. T., Mangeron D. J., Oguztoreli M. N., *On the Stability of Cutting Machine-Tools*. Mech. Res. Comm., **2**, *3*, 137—140 (1975).
21. Mangeron D. J., Chiriascu S. T., *Absolute Stability of Dynamic Machining Systems*. Third Congress of Mechanics, Varna, Bulgaria, Proc., Tom **3**, 161—167 (1977).

## CERCETĂRI TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE ASUPRA STABILITĂȚII MAȘINILOR ȘI AGREGATELOR DE MAȘINI

### I. Stabilitatea dinamică a sistemelor de prelucrare

(Rezumat)

Se expune problema stabilității dinamice a sistemelor de prelucrare, bazată pe modelări matematice liniare și neliniare ale fenomenului în studiu, urmînd ca rezultatele experimentale să fie expuse într-o lucrare ulterioară.

Merită de subliniat că s-a obținut o bună concordanță între modelările matematice stabilite și datele experimentale înregistrate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 539.31

# THÉORÈME D'EXISTENCE ET D'UNICITÉ DE LA SOLUTION DANS LA THÉORIE GÉNÉRALISÉE DE LA THERMOÉLASTICITÉ MICROPOLAIRE LINÉAIRE

## I. CONDITIONS INITIALES HOMOGÈNES

PAR

ELISABETA RUSU et AURORA CRĂCIUNAŞ

**1. Introduction.** A. E. Green et K. A. Lindsay [1] ont établit une théorie généralisée de la thermoélasticité qui a été développée par E. Boschi et D. Ieşan [2] pour un milieu micropolaire homogène.

On présente dans cet article un theorème d'existence et d'unicité de la solution, par une méthode initiée de M. I. Vishik et O. A. Ladyzenskaja [3] et appliquée par C. Dafermos [4], E. Rusu [5]—[6] et S. Chiriţă [7].

**2. Équations fondamentales et notions préliminaires.** Soit, dans $R^3$, le domaine $V$ occupé d'un milieu continuu dont la frontière est $S$. Les équations fondamentales de la théorie généralisée de la thermoélasticité micropolaire linéaire pour un milieu homogène anisotrope ayant un centre de symétrie sont [2]:

I. les équations de mouvement:

$$t_{ji,j} + \rho F_i = \rho \ddot{u}_i, \tag{1}$$

$$m_{ji,j} + \varepsilon_{ijk} t_{jk} + \rho M_i = I_{ij} \ddot{\varphi}_j; \tag{2}$$

II. l'équation de l'énergie:

$$\theta_0 \rho \dot{\eta} + q_{i,i} = \rho r; \tag{3}$$

III. les équations constitutives:

$$t_{ij} = A_{ijkl} e_{kl} + a_{ij} (\theta + \alpha \dot{\theta}), \qquad m_{ij} = C_{ijkl} \varkappa_{kl},$$
$$q_i = -\theta_0 k_{ij} \theta_{,j}, \qquad \rho \eta = a + d\theta + h\dot{\theta} - a_{ij} e_{ij}; \tag{4}$$

IV. les équations géométriques:

$$e_{ij} = u_{j,i} + \varepsilon_{jik} \varphi_k, \qquad \varkappa_{ij} = \varphi_{j,i}; \tag{5}$$

V. l'inégalité de l'entropie:

$$(\alpha d - h) \dot{\theta}^2 + k_{ij} \theta_{,i} \theta_{,j} \geqslant 0. \tag{6}$$

Dans les relations (1)—(5) on a utilisé les notations de [2] et [8], où $\rho$, $A_{ijkl}$, $C_{ijkl}$, $a$, $I_{ij}$, $k_{ij}$, $d$, $\alpha$, $h$ sont des constantes caractéristiques du matériel et satisfont les conditions suivantes de symétrie :

$$A_{ijkl} = A_{klij}, \quad C_{ijkl} = C_{klij}, \quad I_{ij} = I_{ji}, \quad k_{ij} = k_{ji}. \tag{7}$$

On ajoute les conditions [1], [2] :

$$\alpha d - h \geqslant 0, \quad \rho \geqslant 0, \quad \theta_0 > 0, \quad \alpha > 0, \quad h > 0, \quad k_{ij}\,\theta_{,i}\,\theta_{,j} \geqslant 0, \tag{8}$$

d'où il résulte

$$d > 0. \tag{9}$$

Les équations (1)—(4), considérées sur $V \times [0, t_0) = Q_{t_0}$ peuvent être écrites sous la forme

$$\begin{gathered} [A_{ijkl}\,e_{kl} + a_{ji}\,(\theta + \alpha\dot{\theta})]_{,j} + \rho F_i = \rho\ddot{u}_i, \\ C_{ijkl}\varkappa_{kl,j} + \varepsilon_{ijk}\,[A_{jkrs}\,e_{rs} + a_{jk}\,(\theta + \alpha\dot{\theta})] + \rho M_i = I_{ij}\,\ddot{\varphi}_j, \\ d\dot{\theta} + h\ddot{\theta} - a_{ji}\,e_{ji} - k_{ij}\,\theta_{,ij} = \frac{1}{\theta_0}\,\rho r. \end{gathered} \tag{10}$$

On entend par solution classique du premier problème à la limite avec des donnés initiales dans le cylindre $Q_{t_0}$ un vecteur $y = (\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta)$ qui satisfait (10), (5) pour $(x, t) \in Q_{t_0}^0$, les conditions sur la surface

$$y = 0 \quad \text{sur} \quad S \times [0, t_0) \tag{11}$$

et les conditions initiales :

$$\begin{aligned} \chi &= \{\vec{u}(x, 0), \dot{\vec{u}}(x, 0), \vec{\varphi}(x, 0), \dot{\vec{\varphi}}(x, 0), \theta(x, 0), \dot{\theta}(x, 0)\} = \\ &= \{\vec{u}_0(x), \dot{\vec{u}}_0(x), \vec{\varphi}_0(x), \dot{\vec{\varphi}}_0(x), T_0(x), \dot{T}_0(x)\}, \end{aligned} \tag{12}$$

où $\vec{u}_0(x)$, $\dot{\vec{u}}_0(x)$, $\vec{\varphi}_0(x)$, $\dot{\vec{\varphi}}_0(x)$, $T_0(x)$, $\dot{T}_0(x)$ sont des fonctions données sur $V$, $\{u_i, \varphi_i, \theta\} \in C^{2,2}$.

On va utiliser les notations suivantes : $C^m(\overline{V})$ — la classe des champs scalaires définis dans $\overline{V}$, $m$ fois continues dérivables dans $\overline{V}$, $\mathbf{C}^m(\overline{V})$ — la classe des vecteurs $\vec{v}(x)$ dont les composantes $v_i(x) \in C^m(\overline{V})$, $W_m(V)$, respectif $\mathbf{W}_m(V)$, le complété de $C^m(V)$, respectif $\mathbf{C}^m(V)$, dans la norme $\|\cdot\|_{W_m(V)}$, respectif $\|\cdot\|_{\mathbf{W}_m(V)}$, donnée par les produits scalaires

$$(\varphi, \psi)_{W_m(V)} = \sum_{k=0}^{m} \int_V \varphi_{,i_1 \ldots i_k}\ \psi_{,i_1 \ldots i_k}\,\mathrm{d}V,$$

$$(\vec{v}, \vec{\omega})_{\mathbf{W}_m(V)} = \sum_{j=1}^{3} (v_j, \omega_j)_{W_m(V)}.$$

Pour la norme d'un produit cartésien d'espaces normés on a pris la somme des normes des espaces facteurs.

Soit $H$ un espace de Banach et $[0, t_0]$ un interval de temps. On dénote par $C^m([0, t_0]; H)$, l'ensemble des fonctions définies sur $[0, t_0]$ avec des valeurs en $H$, $m$-fois continues dérivables sur $[0, t_0]$ dans $H$.

Analogue, on fait les notations : $L_1([0, t_0]; H)$ et $L_2([0, t_0]; H)$.

**3. Théorème d'existence et d'unicité.** Dans ce qui suit on va démontrer l'existence d'une solution généralisée et on va établir certaines propriétés de différentiabilité pour cette solution dans des conditions assez régulieres pour les données du problème.

Notations :

$$\mathring{C}^1(V) = \{R \mid R \in C^1(\overline{V});\ R = 0 \text{ sur } S\},$$

$$\mathring{\mathbf{C}}^1(V) = \{\vec{v} \mid v_i \in C^1(\overline{V});\ v_i = 0 \text{ sur } S\},$$

$\mathring{W}_1(V)$—le complété de $C^1(V)$ dans la norme $\|\cdot\|_{W_1(V)}$ ; $\mathbf{W}_1(V)$ — le complété de $\mathring{\mathbf{C}}^1(V)$ dans la norme $\|\cdot\|_{\mathbf{W}_1(V)}$.

Soit $R,\ \theta \in \mathring{C}^1(V)$ et $U = (\vec{u}, \vec{\varphi}),\ \mathcal{V} = (\vec{v}, \vec{\Phi}),\ U, \mathcal{V} \in \mathring{\mathbf{C}}^1(V)$ ; on dénote :

$$\Phi(\theta, R) = \int_V k_{ij} R_{,i}\, \theta_{,j}\, dV,$$

$$\Psi(U, \mathcal{V}) = \frac{1}{2}\int_V [A_{ijkl} e_{kl}(U) e_{ij}(\mathcal{V}) + C_{ijkl} \varkappa_{kl}(U)\, \varkappa_{ij}(\mathcal{V})]\, dV.$$

Les $\Phi$ et $\Psi$ pouvant être prolongées par continuité à $\mathring{W}_1(V) \times \mathring{W}_1(V)$, respectivement à $\mathring{\mathbf{W}}_1(V) \times \mathring{\mathbf{W}}_1(V)$. On suppose que : $V$ est un ensamble borné et connexe dans $R^3$, propre régulier ; $I_{ij}\, \xi_i\, \xi_j \geqslant I \Sigma \xi_i^2,\ \forall \xi_i$ ; ils existent les constantes positives $N_1$ et $N_2$ telles que :

$$\Phi(R, R) \geqslant N_1 \int_V R_{,i}\, R_{,i}\, dV, \qquad \forall R \in \mathring{C}^1(V), \tag{13}$$

$$\Psi(\mathcal{V}, \mathcal{V}) \geqslant N_2 \int_V \sum_{i,j=1}^{3} (e_{ij}^2 + \varkappa_{ij}^2) dV, \qquad \forall \mathcal{V} \in \mathring{\mathbf{C}}^1(V). \tag{14}$$

On applique l'inégalité de Korn, de Friedrics et procédant par exemple comme en [8], on obtient

$$\Psi(\mathcal{V}, \mathcal{V}) \geqslant \varkappa \int_V (v_i\, v_i + \Phi_i\, \Phi_i + v_{i,j}\, v_{i,j} + \Phi_{i,j}\, \Phi_{i,j})\, dV, \tag{15}$$

relation qui exprime le fait que $\Psi(\mathcal{V}, \mathcal{V})$ est coercitive dans $\mathring{\mathbf{W}}_1(V)$.

On considère les ensembles suivants :

$$\tilde{C}^0(V) = \{z \mid z = (\vec{F}, \vec{M}, r) \in \mathbf{C}^0(V) \times \mathbf{C}^0(V) \times C^0(V),$$

$$\tilde{C}^1(V) = \{y \mid y = (\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta) \in \mathring{\mathbf{C}}^1(V) \times \mathring{\mathbf{C}}^1(V) \times \mathring{C}^1(V),$$

$$\mathcal{F}(Q_{t_0}) = C^\infty([0, t_0]\,;\, \tilde{C}^1(V)),$$

$$\mathring{\mathcal{F}}(Q_{t_0}) = \{\psi = (\vec{v}, \vec{\Phi}, R) \mid \psi \in \mathcal{F}(Q_{t_0})\,;\, \psi = 0 \text{ à } t = 0\}.$$

Soit

$$y = (\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta) \in \mathcal{F}(Q_{t_0}), \quad \psi = (\vec{v}, \vec{\Phi}, R) \in \mathring{\mathcal{F}}(Q_{t_0}),$$

$$z = (\vec{F}, \vec{M}, r) \in C^\infty([0, t_0],\ \tilde{C}^0(V));$$

$$\chi = (\vec{u}_0, \dot{\vec{u}}_0, \vec{\varphi}_0, \dot{\vec{\varphi}}_0, T_0, \dot{T}_0)$$

avec

$$(\vec{u}_0, \vec{\varphi}_0, T_0) \in \tilde{C}^1(V),\ (\dot{\vec{u}}_0, \dot{\vec{\varphi}}_0) \in \mathring{C}^1(V),\ \dot{T}_0 \in \mathring{C}^1(V).$$

On définit les fonctionelles

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(y, \psi) = \int_V \int_0^{t_0} \Big\{ & (t - t_0)\,[-t_{ij}\,(\dot{v}_{j,i} - \varepsilon_{ijk}\,\dot{\Phi}_k) - m_{ij}\,\dot{\Phi}_{i,j} + \rho \dot{u}_i \ddot{v}_i + \\ & + I_{ij}\,\dot{\varphi}_j\,\ddot{\Phi}_i + (d\theta + h\dot{\theta} - a_{ij}\,e_{ij})\,(\dot{R} + \alpha\ddot{R}) + \alpha k_{ij}\,\dot{\theta}_{,j} R_{,i}] + \\ & + \rho \dot{u}_i\,\dot{v}_i + I_{ij}\,\dot{\varphi}_j\,\dot{\Phi}_i + (d\theta + h\dot{\theta} - a_{ij}\,e_{ij})\,(R + \alpha\dot{R}) + \\ & + \alpha k_{ij}\,\theta_{,j}\,R_{,i} + \int_0^t k_{ij}\,\theta_{,j}\,R_{,i}\,\mathrm{d}\tau \Big\}\,\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t,\end{aligned} \tag{16}$$

$$\mathcal{D}(z, \psi) = -\int_V \int_0^{t_0} (t - t_0) \left[\rho F_i \dot{v}_i + \rho M_i\,\dot{\Phi}_i + \frac{\rho r}{\theta_*}\,(R + \alpha\dot{R})\right] \mathrm{d}V\,\mathrm{d}t,$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(\chi, \psi) = \int_V t_0 & [(dT_0 + hT_0 - a_{ij}\,e_{0i,j})\,(R + \alpha\dot{R})\,|_{t=0} + \rho \dot{u}_{0i}\,\dot{v}_i\,|_{t=0} + \\ & + I_{ij}\,\dot{\varphi}_{0j}\,\dot{\Phi}_i\,|_{t=0}]\,\mathrm{d}V.\end{aligned}$$

On aura

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\psi, \psi) = \frac{1}{2} \int_V \int_0^{t_0} \Big[ & \rho \dot{v}_i\,\dot{v}_i + I_{ij}\,\dot{\Phi}_j\,\dot{\Phi}_i + A_{ijkl}\,e_{kl} e_{ij} + C_{ijkl}\,\varkappa_{kl}\,\varkappa_{ij} + \\ & + \alpha k_{ij}\,R_{,i}\,R_{,j} + \alpha(\alpha d - h)\left(\frac{R}{\alpha}\right)^2 + h\,\frac{1}{\alpha}\,(R + \alpha\dot{R})^2 + \\ & + 2\,(\alpha d - h) \int_0^t \dot{R}^2\,\mathrm{d}\tau + 2 \int_0^t k_{ij}\,R_{,j}\,R_{,i}\,\mathrm{d}\tau \Big]\,\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t + \\ & + \frac{1}{2}\,t_0 \int_V [\rho \dot{v}_i\,\dot{v}_i + I_{ij}\,\dot{\Phi}_j\,\dot{\Phi}_i + \alpha h R^2]\,|_{t=0}\,\mathrm{d}V,\end{aligned} \tag{17}$$

$\forall \psi \in \dot{\mathcal{F}}(Q_{t_0})$. Soit l'espace de Hilbert $V(Q_{t_0})$, le complété de $\mathcal{F}(Q_{t_0})$ dans la norme $|\cdot|$ induite par le produit scalaire

$$< y, \psi > = \int_V \int_0^{t_0} \Big[ u_i v_i + \varphi_i \Phi_i + \dot{u}_i \dot{v}_i + \dot{\varphi}_i \dot{\Phi}_i + \theta R + (\theta + \dot{\theta})(R + \dot{R}) +$$

$$+ u_{i,j} v_{i,j} + \varphi_{i,j} \Phi_{i,j} + \theta_{,i} R_{,i} + \int_0^t \dot{\theta} R \, d\tau + \int_0^t \theta_{,i} R_{,i} \, d\tau \Big] dV \, dt.$$

Soit, dans $V(Q_{t_0})$, la variété linéaire fermée $\mathring{V}(Q_{t_0})$, le complété de $\mathcal{F}(Q_{t_0})$ dans la norme $|.|$. Soit l'espace de Hilbert $\mathring{U}(Q_{t_0})$ le complété de $\dot{\mathcal{F}}(Q_{t_0})$ dans la norme induite par le produit scalaire

$$[y, \psi] = < y, \psi > + < \dot{y}, \dot{\psi} >.$$

Soit $G(V)$ le complété de $\tilde{C}^0(V)$ dans la norme $\| \cdot \|_{W_0(V) \times W_0(V] \times W_0(V]}$ et $H_0(V)$ le complété de l'ensemble $\{(\vec{u}, \vec{w}, \vec{\varphi}, \vec{\zeta}, \theta, \tau) \mid (\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta) \in \tilde{C}^1(V), (\vec{w}, \vec{\zeta}, \tau) \in \tilde{C}^1(V)$ dans la norme

$$| (\vec{u}, \vec{w}, \vec{\varphi}, \vec{\zeta}, \theta, \tau) |_0 = \frac{1}{2} \int_V \Big[ \rho w_i w_i + I_{ij} \zeta_i \zeta_j + A_{ijkl} (u_{l,k} -$$

$$- \varepsilon_{kln} \varphi_k)(u_{j,i} - \varepsilon_{ijm} \varphi_m) + C_{ijkl} \varphi_{l,k} \varphi_{j,i} + \alpha k_{ij} \theta_{,i} \theta_{,j} +$$

$$+ \alpha(\alpha d - h) \left( \frac{\theta}{\alpha} \right)^2 + \frac{h}{\alpha} (\theta + \alpha\tau)^2 \Big] dV \,,$$

qui est équivalente à $\| \cdot \|_{W_1 \times W_0 \times W_1 \times W_0 \times W_1 \times W_0}$.

Tenant compte des notations introduites et utilisant l'inégalité de Schwartz et le théorème d'immersion de Sobolev on voit facilement que $\mathcal{L}$ et $\mathcal{D}$ peuvent être prolongés par continuité dans $V(Q_{t_0}) \times \mathring{U}(Q_{t_0})$ et respectivement $L_1([0, t_0], G(V) \times \mathring{U}(Q_{t_0}))$. De même $\mathcal{E}(\chi, \psi)$ a du sens aussi pour $\chi \in H_0(V)$, $\psi \in \mathring{U}(Q_{t_0})$. De (17) il résulte

$$\mathcal{L}(\psi, \psi) \geq \frac{1}{2} \int_V \int_0^{t_0} \Big[ \rho \dot{v}_i \dot{v}_i + I_{ij} \dot{\Phi}_i \dot{\Phi}_j + A_{ijkl} e_{ij} e_{kl} + C_{ijkl} \varkappa_{ij} \varkappa_{kl} +$$

$$+ \alpha k_{ij} R_{,i} R_{,j} + \alpha(\alpha d - h) \left( \frac{R}{\alpha} \right)^2 + \frac{h}{\alpha} (R + \alpha \dot{R})^2 + \tag{18}$$

$$+ 2(\alpha d - h) \int_0^t \dot{R}^2 d\tau + 2 \int_0^t k_{ij} R_{,i} R_{,j} \, d\tau \Big] dV \, dt, \quad , \forall \psi \in \dot{\mathcal{F}}(Q_{t_0}),$$

inégalité qui peut être étendue à $\mathring{U}(Q_{t_0})$.

Tenant compte de (13), (15) et de (18) il résulte qu'il existe une constante $c_1 \geqslant 0$, qui dépend de $\rho, \alpha, \alpha d - h, N_1, \varkappa$, et telle que

$$| \psi |^2 \leqslant \{c_1 \mathcal{L}(\psi, \psi)\}. \tag{19}$$

Définition. $y = (\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta)$ s'appelle solution à énergie finie du système (10), (5), avec les conditions initiales (12), $\chi \in H_0(V)$ et les charges $z = (\vec{F}, \vec{M}, r) \in L_1([0, t_0]; G(V))$ si $y$ satisfait les conditions

$$\mathcal{L}(y, \psi) = \mathcal{D}(z, \psi) + \mathcal{E}(\chi, \psi), \qquad \forall \psi \in \mathring{U}(Q_{t_0}), \tag{20}$$

$$y(t) \to y(0) \text{ pour } t \to 0 \text{ dans la norme } \| \cdot \|_{\mathbf{W}_0(V) \times \mathbf{W}_0(V) \times W_0(V)}. \tag{21}$$

Du théorème d'immersion de Sobolev il résulte que si $y \in V(Q_{t_0})$, alors $y = (\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta)$ serait défini comme élément de $C^0([0, t_0], \mathbf{W}_0(V) \times \mathbf{W}_0(V) \times W_0(V))$ tel que (21) a du sens.

*Remarque.* Toute solution clasique est une solution à énergie finie dans le sens de la définition ci dessus.

En effet, si on considère l'ensemble des functions $(t - t_0)\dot{v}_i$, $(t - t_0)\dot{\Phi}_i$, $(t - t_0)(R + \alpha \dot{R})$ et on multiplie (1) avec $(t - t_0)\dot{v}_i$, (2) avec $(t - t_0)\dot{\Phi}_i$ et (3) avec $(t - t_0)(R + \alpha \dot{R})$ et si on somme et on intégre sur $Q_{t_0}$, on obtiendra (20), avec les notations (16) où $\psi = (\vec{v}, \vec{\Phi}, R) \in \mathring{U}(Q_{t_0})$.

Lemme 1. *Si $y \in V(Q_{t_0})$ est une solution à énergie finie du système (1)—(5), avec les conditions initiales $\chi = (\vec{u}_0, \dot{\vec{u}}_0, \vec{\varphi}_0, \dot{\vec{\varphi}}_0, T_0, \dot{T}_0)$ et la source $z = (\vec{F}, \vec{M}, r)$, alors*

$$\tilde{y}(x, t) = \int_0^t y(x, \tau)\, d\tau$$

*sera aussi une solution à énergie finie du système (1)—(5) dans $Q_{t_0}$ avec les conditions initiales $\tilde{\chi} = (0, \vec{u}_0, 0, \vec{\varphi}_0, 0, T_0)$ et la source $\tilde{z}(x, t) = (\tilde{\vec{F}}, \tilde{\vec{M}}, \tilde{r})$, où*

$$\rho \tilde{F}_i = \int_0^t \rho F_i\, d\tau + \rho \dot{u}_{0i} - \alpha a_{ij} T_{0,j}, \quad \rho \tilde{M}_i = \int_0^t \rho M_i\, d\tau + I_{ij} \dot{\varphi}_{0j} - \alpha \varepsilon_{ijk} a_{jk} T_0,$$

$$\tilde{\rho r} = \frac{1}{\theta_0} \int_0^t \rho r\, d\tau + d T_0 + h \dot{T}_0 - a_{ij} e_{0ij}.$$

Démonstration. Soit $\psi = (\vec{v}, \vec{\Phi}, R) \in \mathring{U}(Q_{t_0})$. On défini

$$\tilde{v}_i = -\int_0^{t_0} \frac{1}{\xi - t_0} \int_{t_0}^{\xi} (\tau - t_0)\, \dot{v}_i\, d\tau\, d\xi, \quad \tilde{\Phi}_i = -\int_0^{t_0} \frac{1}{\xi - t_0} \int_{t_0}^{\xi} (\tau - t_0)\, \dot{\Phi}_i\, d\tau\, d\xi,$$

$$\tilde{R} = -\frac{1}{\alpha} e^{-t/\alpha} \int_0^t \frac{e^{-\xi/\alpha}}{\xi - t_0} \int_{t_0}^{\xi} (\tau - t_0)(R + \alpha \dot{R})\, d\tau\, d\xi.$$

On peut vérifier que $\tilde{\psi} = (\tilde{v}, \tilde{\Phi}, \tilde{R}) \in \dot{U}(Q_{t_0})$ et donc

$$\mathcal{L}(y, \tilde{\psi}) = \mathcal{D}(z, \tilde{\psi}) + \mathcal{E}(\chi, \tilde{\psi}) .$$

En intégrant par parties et utilisant (16) on obtient

$$\mathcal{L}(\tilde{y}, \psi) = \mathcal{D}(\tilde{z}, \psi) + \mathcal{E}(\tilde{\chi}, \psi),$$

ce qui démontre le lemme.

Théorème 1 (d'unicité). *S'il existe une solution à énergie finie du problème posé dans $Q_{t_0}$, alors cette solution est unique.*

Démonstration. On suppose qu'il existent deux solutions $y_1$ et $y_2$ appartenant à $V(Q_{t0})$ et on considère

$$y(x,t) = \int_0^t [y_1(x, \tau) - y_2(x, \tau)] \, d\tau.$$

Vu le fait que $y_1 - y_2$ est une solution du probleme (1)—(5) avec des conditions initiales nulles et la source nulle il résulte, conformément au lemme, que $y(x,t)$ est aussi une solution à énergie finie dans $Q_{t_0}$ avec des conditions initiales nulles et la source nulle. Puisque $y_1 - y_2 \in \dot{V}(Q_{t_0})$ et $\dot{y}(x, t) = y_1(x, t) - y_2(x, t)$ il résulte que $y(x, t) \in \dot{U}(Q_{t_0})$ donc

$$\mathcal{L}(y, \psi) = \mathcal{D}(0, \psi) + \mathcal{E}(0, \psi) = 0, \qquad \forall \psi \in \dot{U}(Q_{t_0}).$$

Du fait que $y \in \dot{U}(Q_{t_0})$ on peut prendre $\psi = y$ et on aura $\mathcal{L}(y, y) = 0$ et de l'inégalité (19) il résulte $y = 0$, q.e.d.

Théorème 2 (d'existence de la solution avec des conditions initiales homogènes). *Il existe une solution à énergie finie $y \in \dot{V}(Q_{t_0})$ du système* (1)—(5) *avec des conditions initiales nulles et la source $z = (\vec{F}, \vec{M}, r) \in L_2([0, t_0]; G(V))$. De plus il existe une constante $c > 0$ qui dépend de $c_1$ dans* (19) *seulement et de $T_0$ tel que*

$$| y | \leqslant c \| z \|_{\mathbf{L}_2(Q_{t_0}) \times \mathbf{L}_2(Q_{t_0}) \times L_2(Q_{t_0})}.$$

La démonstration de cette théorème est identique avec celle du Théorème 4.2 du [4].

Dans la deuxième partie de cet article on va donner un théorème d'existence de la solution à énergie finie dans des conditions initiales non-homogènes et aussi les conditions dans lesquelles une solution à énergie finie est une solution classique.

*Reçue le 19 Septembre, 1979*

*Institut Polytechnique, Jassy,*
*Chaire de Mécanique*

BIBLIOGRAPHIE

1. Green A. F., Lindsay K. A., J. Elasticity, 2, 1—7 (1972).
2. Boschi E., Ieşan D., Meccanica, 8, 3, 154—157 (1973).

3. Vishik M. I., Ladyzenskaja O. A., Uspehi Mat. Nauk, **11**, *6* (*72*), 41—97 (1956).
4. Dafermos C., Arch. Rat. Mech. Anal., **29**, *4*, 241—271 (1968).
5. Rusu El., Bul. Inst. polit. Iaşi, **XX (XXIV)**, *3—4*, s. 4, 7—14 (1974).
6. Rusu El., Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXI (XXV)**, *1—2*, s. 4, 13—16 (1975).
7. Chiriţă S., Proc. Sci. Sess. Math. Inst. Iaşi, Ed. Acad. R.S.R., 1976.
8. Ieşan D., *Probleme actuale în mecanica solidelor*. Vol I, Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1975.

## TEOREMĂ DE EXISTENŢĂ ŞI UNICITATE A SOLUŢIEI ECUAŢIILOR TEORIEI GENERALIZATE A TERMOELASTICITĂŢII MICROPOLARE LINIARE

### I. Condiţii iniţiale omogene

(Rezumat)

Se prezintă teoreme de existenţă şi unicitate a soluţiei ecuaţiilor teoriei liniare a termoelasticităţii micropolare generalizate, pentru un mediu omogen, anizotrop, cu centru de simetrie. Teorema de existenţă se demonstrează în condiţii iniţiale omogene.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 539.31

# WAVE PROPAGATION IN AN ANISOTROPIC HOMOGENEOUS LINEARLY ELASTIC MATERIAL WITH MICROSTRUCTURE

BY

SILVIA G. NEAGU

**0. Introduction.** The purpose of the present paper is the study of propagation of acceleration and shock waves in an anisotropic homogeneous linearly elastic material with microstructure. The propagation conditions and explicit solution of the growth equation are given.

**1. Basic Equations.** We consider the anisotropic medium in the linear case of M i n d l i n's elasticity theory with microstructure [1]. The following twelve stress-equations of motion are estabilished in [1]:

$$\begin{aligned} \tau_{ij,i} + \sigma_{ij,i} + f_j &= \rho \ddot{u}_j, \\ \mu_{ijk,i} + \sigma_{jk} + \Phi_{jk} &= \rho I \ddot{\psi}_{jk} \end{aligned} \tag{1.1}$$

and the twelve traction boundary conditions are

$$t_j = n_i (\tau_{ij} + \sigma_{ij}), \qquad T_{jk} = n_i \mu_{ijk}. \tag{1.2}$$

The geometrical equations take the form

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \qquad \gamma_{ij} = u_{j,i} - \psi_{ij}, \qquad \varkappa_{ijk} = \psi_{jk,i}. \tag{1.3}$$

The constitutive equations are

$$\begin{aligned} \tau_{pq} &= c_{pqij}\, \varepsilon_{ij} + g_{ijpq}\, \gamma_{ij} + f_{ijkpq}\, \varkappa_{ijk}, \\ \sigma_{pq} &= g_{pqij}\, \varepsilon_{ij} + b_{ijpq}\, \gamma_{ij} + d_{pqijk}\, \varkappa_{ijk}, \\ \mu_{pqr} &= f_{qprij}\, \varepsilon_{ij} + d_{ijpqr}\, \gamma_{ij} + a_{pqrijk}\, \varkappa_{ijk}, \end{aligned} \tag{1.4}$$

where

$$\begin{aligned} c_{ijkl} &= c_{klij} = c_{jikl}, \quad b_{ijkl} = b_{klij}, \quad g_{ijkl} = g_{ijlk}, \\ a_{ijklmn} &= a_{lmnijk}, \quad f_{ijklm} = f_{ijkml}. \end{aligned} \tag{1.5}$$

Let us consider a smooth moving surface $\Sigma(x,t)$ — defined by the equations

$$x_i = g_i(\xi^1, \xi^2; t),$$

where $\xi^1$, $\xi^2$ are curvilinear coordinates on the surface. We denote by $g_{\alpha\beta}$, $b_{\alpha\beta}$ the first and second fundamental forms of the surface.

**2. Propagation of Shock Waves.** We call the surface $\Sigma(t)$ a shock wave, when the functions $u_i$, $\psi_{ij}$ are continuous functions of $x$ and $t$ every where and the first and higher derivàtives of $u_i$ and $\psi_{ij}$ have jump discontinuities across a propagating smooth surface $\Sigma(x,t)$, but are continuous functions of $x$ and $t$ every where else. The body force density $f$, and the body double force density $\Phi$ are continuous.

The momentum balance law and moment of momentum balance law lead to the following jump conditions across the wave front [6]:

$$(2.1) \qquad [\tau_{pq} + \sigma_{pq}]\, n_p = -\rho V[\dot{u}_q], \qquad [\mu_{pqr}]\, n_p = -VI\rho[\dot{\psi}_{qr}].$$

In view of Eq. (1.4) and the conditions of compatibility for shock waves [2], for $[U_{i,j}]$, $[\psi_{ij,k}]$, $[\dot{u}_q]$, $[\dot{\psi}_{qr}]$, we have

$$(2.2) \qquad \begin{aligned} [\tau_{pq} + \sigma_{pq}] &= (c_{pqij} + g_{pqij} + g_{ijpq} + b_{ijpq})\, w_i\, n_j + \\ &+ (f_{ijkpq} + d_{pqijk})\, w_{jk}\, n_i, \\ [\mu_{pqr}] &= (f_{pqrij} + d_{ijpqr})\, w_i\, n_j + a_{pqrijk}\, w_{jk}\, n_i, \end{aligned}$$

where

$$(2.3) \qquad w_i = [u_{i,j}\, n_j], \qquad w_{jk} = [\psi_{jk,i}\, n_i].$$

We denote

$$(2.4) \qquad \begin{aligned} A_{ijpq} &= c_{pqij} + g_{pqij} + g_{ijpq} + b_{ijpq}, \\ B_{pqijk} &= f_{ijkpq} + d_{pqijk}, \qquad A_{jq} = A_{ijpq}\, n_i\, n_p, \\ B_{qjk} &= B_{pqijk}\, n_i\, n_p, \qquad C_{qrjk} = a_{pqrijk}\, n_i\, n_p\,. \end{aligned}$$

Thus the jump conditions (2.1) can be written as

$$(2.5) \qquad \begin{aligned} A_{rq}\, w_r + B_{qjk}\, w_{jk} &= \rho V^2\, w_q, \\ B_{sqr}\, w_s + C_{qrjk}\, w_{jk} &= \rho V^2 I w_{qr}\,. \end{aligned}$$

We note that the second rank tensor $(A_{rq})$ is symmetric in $rq$, in view of (1.5). The tensor $(C_{qrjk})$ is given in terms of a $9 \times 9$ matrix $(c_{MN})$ obtained by an usual substitution rule as

$$(2.6) \qquad \begin{aligned} &(11)-4, \quad (12)-5, \quad (13)-6, \quad (21)-7, \quad (22)-8, \\ &(23)-9, \quad (31)-10, \quad (32)-11, \quad (33)-12. \end{aligned}$$

That matrix $(c_{MN})$, $(M, N = 4, 5, \ldots, 12)$ is symmetric in view of (1.5). The tensor $(B_{qjk})$ is given in terms of a $3 \times 9$ matrix $(b_{qM})$ obtained by the substitution $(111)-(14)$, $(112)-(15), \ldots, (333)-(3, 12)$. Thus the system (2.5) can be written as

$$(2.7) \qquad \begin{aligned} A_{qs}\, w_s + b_{qM}\, w^*_M &= \rho V^2\, w_q, \\ b_{sM}\, w_s + c_{MN}\, w^*_M &= \rho V^2\, I\, w^*_M, \end{aligned} \qquad (q, s = 1, 2, 3;\ M, N = 4, 5, \ldots, 12).$$

We may write (2.7) as

$$(2.8) \qquad (Q_{ij} - \rho V^2 H_{ij})\, \Omega_j = 0, \quad (i, j = 1, 2, \ldots, 12),$$

where the vector $\Omega = (\Omega_j)$ $(j = 1, 2, ..., 12)$ is defined by

$$\Omega_i = w_i \ (i = 1, 2, 3); \quad \Omega_M = w_M^* \quad (M = 4, 5, ..., 12). \tag{2.9}$$

We calle this vector the amplitude vector of the shock wave. The matrix $(Q_{ij})_{12\times 12}$ and $(H_{ij})_{12\times 12}$ are given by

$$\begin{aligned} &Q_{rs} = A_{rs}, \quad Q_{rM} = b_{rM}, \quad Q_{Mr} = b_{rM}, \quad Q_{MN} = c_{MN}, \\ &H_{rs} = \delta_{rs}, \quad H_{rM} = H_{Mr} = 0, \quad H_{MN} = I\delta_{MN}, \\ &(r, s = 1, 2, 3; \quad M, N = 4, 5, ..., 12). \end{aligned} \tag{2.10}$$

Equation (2.8) has a non trivial solution for $\Omega_j$ if, and only if

$$\det (Q_{ij} - \rho V^2 H_{ij}) = 0. \tag{2.11}$$

The rooth of the equation (2.11) giving the velocities of propagation, are all real since $Q_{ij}$ is symmetric and $H_{ij}$ is symmetric and positive definite [3, p. 829]. Moreover we have from (2.7):

$$\rho V^2(w_q w_q + I w_M^* w_M^*) = A_{qs} w_s w_q + c_{MN} w_N^* w_M^* + 2b_{qM} w_M^* w_q. \tag{2.12}$$

The right hand member represents the change in the strain energy of the medium across the wave front — it is positive since the internal energy function is a positive definite quadratic function. Then we have that the square of the velocity is positive; thus the velocities are all real.

By using the jump operator in Eqs. (1.1) as well as the compatibility conditions [2] for $[u_{i,jk}]$, $[\psi_{jk,ip}]$, $[\ddot{u}_i]$, $[\dot{\psi}_{ij}]$ we obtain

$$\begin{aligned} A_{qs} e_j + b_{qM} e_M^* - \rho V^2 e_q = &- 2\rho V \frac{\delta w_q}{\delta t} - \rho w_q \frac{\delta V}{\delta t} - g^{\alpha\beta}(n_i x_{p,\beta} + \\ &+ n_p x_{i,\beta})(A_{pqij} w_{j,\alpha} + B_{pqiM}^* w_{M,\alpha}^*) + x_{p,\beta} x_{i,\alpha} b^{\alpha\beta}(A_{pqij} w_j + \\ &+ B_{pqiM}^* w_M^*) + D_{Npq}^* w_N^* n_p, \\ b_{jM} e_j + c_{MN} e_N^* - \rho I V^2 e_M^* = &- 2V\rho I \frac{\delta w_M^*}{\delta t} - \rho I w_M^* \frac{\delta V}{\delta t} - D_{Mij}^* w_j n_i + \\ &+ d_{NpM}^* w_N^* n_p - d_{MpN}^* w_N^* n_p + b^{\alpha\beta} x_{p,\beta} x_{i,\alpha}(B_{ijpM}^* w_j + \\ &+ C_{pMiN}^* w_N^*) - g^{\alpha\beta}(n_i x_{p,\beta} + n_p x_{i,\beta})(B_{ijpM}^* w_{j,\alpha} + C_{pMiN}^* w_{N,\alpha}^*), \end{aligned} \tag{2.13}$$

where

$$e_j = [u_{i,jk} n_j n_k], \qquad e_{i,j} = [\psi_{ij,pk} n_p n_k],$$

and in virtue of the rule (2.6)

$$\begin{aligned} &e_{ij} \to e_M^*, \quad B_{pqijk} \to B_{pqiM}^*, \quad C_{pqrijk} \to C_{pMiN}^*, \\ &g_{ijpq} + b_{ijpq} = D_{ijpq} \to D_{Npq}^*, \quad d_{ijpqr} \to d_{MpN}^*. \end{aligned}$$

If we multiply $(2.13)_1$ by $w_q$ and $(2.13)_2$ by $w_M^*$ and we add we get

$$2\rho V\left(w_q\frac{\delta w_q}{\delta t}+Iw_M^*\frac{\delta w_M}{\delta t}\right)+\rho\frac{\delta V}{\delta t}\left(w_q w_q+Iw_M^* w_M^*\right)+g^{\alpha\beta}\left(n_i x_{p,\beta}+\right.$$

$$+\left.n_p x_{i,\beta}\right)\left(A_{pqij}w_q w_{j,\alpha}+B_{pqiM}^* w_q w_{M,\alpha}^*+B_{ijpM}^* w_M^* w_{j,\alpha}+\right. \tag{2.14}$$

$$\left.+C_{pMiN}^* w_M^* w_{N,\alpha}^*\right)-x_{p,\beta}x_{i,\alpha}b^{\alpha\beta}\left(A_{pqij}w_q w_j+B_{pqiM}^* w_q w_M^*+\right.$$

$$\left.+B_{ijpM}^* w_M^* w_j+C_{pMiN}^* w_M^* w_N^*\right).$$

If the rank of matrix $(Q_{ij}-\rho V^2 H_{ij})$ is eleven than the solution can be written as

$$w_i=\psi f_i,\qquad w_M^*=\psi f_M^*, \tag{2.15}$$

where the vector $(f_i, f_M^*)$ satisfies the condition [5]

$$\sum_{i=1}^{3}f_i^2+I\sum_{M=4}^{12}f_M^{*2}=1, \tag{2.16}$$

$$f_i f_{i,\alpha}+If_M^* f_{M,\alpha}^*=0,\qquad f_i\frac{\delta f_i}{\delta t}+If_M^*\frac{\delta f_M^*}{\delta t}=0.$$

Substituting the relation (2.15) into (2.14) we obtain

$$2\rho V\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}-\{2\rho VG^\alpha-[A_{pqij}f_q f_j+B_{pqiM}^* f_q f_M^*+B_{ijpM}^* f_M^* f_j+$$

$$+C_{pMiN}^* f_M^* f_N^*]g^{\alpha\beta}(n_i x_{p,\beta}+n_p x_{i,\beta})\}\psi_{,\alpha}-\psi\{\rho V_{,\alpha}G^\alpha+ \tag{2.17}$$

$$+x_{p,\beta}x_{i,\alpha}b^{\alpha\beta}[A_{pqij}f_q f_j+B_{pqiM}^* f_q f_M^*+B_{ijpM}^* f_M^* f_j+$$

$$+C_{pMiN}^* f_M^* f_N^*]-g^{\alpha\beta}(n_i x_{p,\beta}+n_p x_{i,\beta})[A_{pqij}f_q f_{j,\alpha}+$$

$$+B_{pqiM}^* f_q f_{M,\alpha}^*+B_{ijpM}^* f_M f_{j,\alpha}+C_{pMiN}^* f_M^* f_N^*]\},$$

where we have used [4]

$$\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=\frac{\delta\psi}{\delta t}+G^\alpha\psi_{,\alpha},\qquad \frac{\delta V}{\delta t}=-G^\alpha V_{,\alpha}.$$

Using (2.16) one shows as in [4] that Eq. (2.17) becomes

$$\frac{2}{\psi}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln b, \tag{2.18}$$

with the general solution

$$\psi^2 b^{-1}=\text{const.} \tag{2.19}$$

**3. Acceleration Waves.** We call the surface $\Sigma(t)$ an acceleration wave if the functions $u_i$, $\psi_{ij}$ and their first derivatives are continuous while their second order derivatives have jump discontinuities across $\Sigma(t)$ but are continuous every where else. The body force density $f$ and the body double force density $\Phi$ and their first derivatives are continuous. Substracting the limit values of Eqs. (1.1) as the surface is approached from one side to

the other and using the conditions of compatibility [3, p. 523],

$$[\dot{u}_{i,j}] = -\frac{1}{V} a_i n_j, \qquad [\dot{\psi}_{ij,k}] = -\frac{1}{V} a_{ij} n_k,$$

$$[u_{i,jk}] = \frac{1}{V^2} a_i n_j n_k, \qquad [\psi_{ij,pk}] = \frac{1}{V^2} a_{ij} n_j n_k,$$

where

$$a_i = [\ddot{u}_i], \qquad a_{ij} = [\ddot{\psi}_{ij}],$$

$$[\dot{u}_{i,jk}] = c_i n_{j\,k} - g^{\alpha\beta}\left(\frac{a_i}{V}\right)_{,\alpha}(n_j x_{k,\beta} + n_k x_{j,\beta}) + \frac{a_i}{V} x_{j,\alpha} x_{k,\beta} b^{\alpha\beta},$$

(3.1)

$$[\dot{\psi}_{ij,pk}] = c_{ij} n_p n_k - g^{\alpha\beta}\left(\frac{a_{ij}}{V}\right)_{,\alpha}(n_j x_{k,\beta} + n_k x_{j,\beta}) + \frac{a_{ij}}{V} x_{j,\alpha} x_{k,\beta} b^{\alpha\beta},$$

$$[\ddot{u}_i] = c_i V^2 + 2\frac{\delta a_i}{\delta t} - \frac{a_i}{V}\frac{\delta V}{\delta t}, \qquad [\ddot{\psi}_{ij}] = c_{ij} V^2 + 2\frac{\delta a_i}{\delta t} - \frac{a_{ij}}{V}\frac{\delta V}{\delta t};$$

with $c_i = [u_{i,jk}] n_j n_k$, $a_{ij} = [\psi_{ij,pk}] n_p n_k$, we obtain

(3.2)

$$A_{qs} a_s + b_{qM} a_M^* = \rho V^2 a_q,$$
$$b_{sM} a_s + c_{MN} a_M^* = \rho V^2 I a_M^*,$$

where $A_{qs}$, $b_{qM}$, $c_{MN}$ are given by (2.4), (2.6). As in §2 one proves that the speed of propagation of the acceleration waves are all real. We can show that the amplitudes of acceleration waves follow the same decay laws as estabilished above for shock wave. In effect, if differentiate with respect to time the equation (1.1), substract the limit values of these new equations as the surface is approached from one side to the other, and repeat the procedure from §2, we have explicit solution

(3.3)

$$a_i = \psi f_i, \qquad a_M^* = \psi f_M^*,$$

with the condition

$$\sum_{i=1}^{3} f_i^2 + I \sum_{M=4}^{12} f_M^2 = 1,$$

and $\psi$ satisfies equation (2.18).

*Received January 31, 1978*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Mechanics*

## REFERENCES

1. Mindlin R., *Micro-structure in Linear Elasticity.* Archive for Rat. Mech. and Analysis, **16**, 51—78 (1964).
2. McCarthy M., Eringen C., *Micropolar Viscoelastic Waves.* Int. J. Eng. Sci., **7**, 447 (1969).
3. Truesdell C., Toupin R., *The Classical Field Theories.* Flugge's Handbuch der Physik, III, Springer Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1960.
4. Nariboli G., *Wave Propagation in Anisotropic Elasticity.* J. Math. Anal. Applic., **16**, 108—122 (1966).

5. Nistor I., *Wave Propagation in Anisotropic-Micropolar Bodies*. Bul. Inst. polit. Iaşi, XXIV (XXVIII), *1—2*, s. I, 107 (1978).
6. Eringen A. C., Kafadar G. B., *Polar Field Theories*. (I) *Micropolar continua*. In Eringen A. C., (Ed.), „Continuum Physics", vol. IV, *Polar and Nonlocal Field Theories*, Academic Press, New York, 1976.

## PROPAGAREA UNDELOR ÎNTR-UN MATERIAL ELASTIC LINIAR, ANIZOTROP, OMOGEN, CU MICROSTRUCTURĂ

(Rezumat)

Se studiază propagarea undelor de şoc şi a undelor de acceleraţie în medii elastice anizotrope omogene cu microstructură, în cazul teoriei liniare. Se arată că ecuaţia caracteristică are toate rădăcinile reale şi pozitive, deci vitezele de propagare a undelor sînt reale. Se dă soluţia explicită a ecuaţiei diferenţiale pe care o verifică amplitudinea undelor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. D. 539.41

# RÉPARTITION ÉLASTO-PLASTIQUE DE CONTRAINTES AU VOISINAGE D'UNE FISSURE

## CALCUL APPROCHÉ DANS UNE POUTRE EN FLEXION. ÉTUDE CRITIQUE

PAR

M. BOUILLEAU, V. POTERAŞU et P. JOUANNA

**1. Introduction et énoncé du problème.** De nombreuses méthodes font appel, pour le calcul des contraintes au voisinage d'une fissure, aux distributions asymptotiques, calculées dans des cas idéaux de conditions aux limites, en demeurant dans le domaine élastique.

Lorsque les conditions aux limites sont différentes, on fait appel aux mêmes distributions, modifiées seulement en ce qui concerne leurs coefficients, mais non en ce qui concerne leur loi de variation en fonction de l'éloignement à l'extrémité de la fissure.

Partant de telles hypothèses la détermination de facteurs d'intensité de contraintes par de pures considérations de statique a été envisagée. Morozov [1, pp. 74—80] propose une telle méthode sous le nom de „méthode des sections" et l'applique à plusieurs exemples de configurations de fissures.

Notre attention sera attirée ici sur la nécessité d'arriver à une solution statiquement admissible, qui satisfasse la totalité des équations d'équilibre, résultantes et moments.

Le raisonnement sera mené à propos d'une fissure débouchante de longueur $l$, située dans la zone tendue d'une poutre de hauteur $2h$, de largeur $b$ et d'inertie $I$. Un chargement par moment $M$ sera appliqué de manière quasi-statique et monotone. Les axes seront centrés au centre de gravité $G$ de la section, l'axe $Gx$ étant dans le plan de la section $S$ de la fissure (fig. 1).

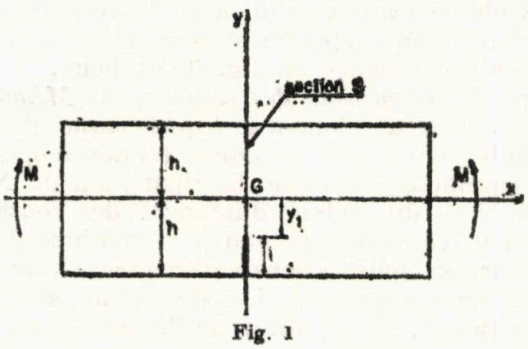



Fig. 1

**2. Méthode „complète" des sections et calcul de $K_1$. Cas purement élastique.** 2.1. *Chargement et distribution des contraintes.* Un raisonnement courant consiste à écrire que, statiquement parlant, une fissure est équivalente à une distribution linéïque de contraintes normales nulles.

Bien que ce raisonnement ne nous paraisse pas de toute façon statiquement admissible, nous l'adopterons ici puisque notre propos vise essentiellement l'aspect statiquement admissible des répartitions de contraintes [2, pp. 137—138], [3, pp. 775—776], [4, pp. 33—34].

Dans l'exemple considéré, cette distribution nulle, le long de la fissure située dans la zone tendue de la poutre, s'obtient par la superposition de deux cas de charges et des contraintes correspondantes.

1 er C h a r g e m e n t : moment $M$, aux deux extrémités de la poutre en flexion pure.

L'état de contraintes, au droit de la section $S$ supposée non fissurée, est donné par la répartition classique, qui résulte de la déformation par sections planes :

$$\sigma_1 = \frac{M}{I} y \tag{1}$$

($M < 0$ pour une ouverture de la fissure et contraintes positives en traction).

2 ème C h a r g e m e n t : distribution linéïque sur la longueur $l$ de la fissure, opposé à la distribution précédente.

La distribution de contraintes normales de traction qui en résulte dans le reste de la section est approchée par une interpolation entre deux solutions asymptotiques, correspondant au cas $l/h \to 0$ et $l/h \to 1$. On se reportera utilement à la référence [2, pp. 159—160].

En ce qui nous concerne, et en suivant M o r o z o v [1], on ne retiendra de ces solutions asymptotiques que la loi de variation en $d^{-1/2}$, si l'on désigne par $d$ la distance du point considéré $(0, y)$ à l'extrémité de la fissure. La répartition des contraintes normales dues au 2 ème chargement est alors de la forme

$$\sigma_2 = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi}} d^{-1/2}. \tag{2}$$

Le coefficient $K_1$ facteur d'intensité de contraintes, est déterminé non par interpolation mais en écrivant l'équilibre de la section $S$.

1 er C h a r g e m e n t + 2 ème C h a r g e m e n t : la superposition de ces deux chargements conduit à la distribution de contraintes représentée sur la fig. 2. On supposera ici que cette opération de superposition de chargement représentée en fig. 3 est licite.

2.2. *Principe de la méthode des sections.* A. *Méthodes simplifiées et méthode „complète".* Pour une longueur $l$ quelconque de fissure, la distribution de contraintes dépend, si l'on admet les développements précédents, uniquement du paramètre $K_1$ et de la répartition de Navier.

La détermination du facteur d'intensité des contraintes $K_1$ par la méthode des sections consiste à revenir à l'hypothèse de St. Venant, qui pose que le torseur des sollicitations extérieures, situées d'un côté de la section, soit opposé au torseur des actions de contact, au droit d'une coupure passant par la section $S$, si l'équilibre de l'ensemble est assuré.

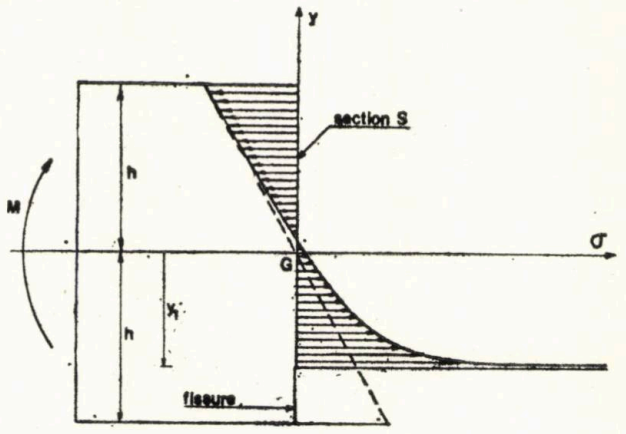

y
section S
M
h
σ
G
h
$y_1$
fissure

Fig. 2

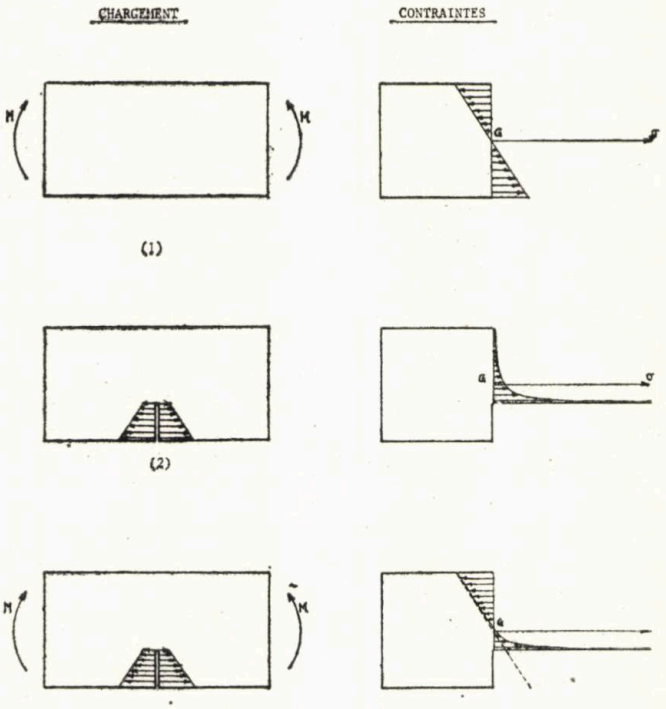

CHARGEMENT
CONTRAINTES
M
M
G
σ
(1)
a
σ
(2)
M
M
a
(1) + (2)
Cet état de contraintes est détaillé Fig. 2

Fig. 3

Fig. 8




Fig. 8

Compte tenu de l'absence de contraintes de cisaillement dans le plan de la section $S$, sollicitée en flexion pure, l'écriture des conditions d'équilibre conduit uniquement à deux équations, que nous traduirons dans les axes $Gxy$ et au point $G$. L'équation (3) traduit l'équilibre des composantes parallèles à $Gx$ et l'équation (4) concerne l'équilibre des moments, pris par rapport à $G$ :

$$\int_{y_1}^{h} \frac{K_1}{\sqrt{2\pi(y-y_1)}}\,dy + \int_{y_1}^{h} \frac{M}{I}\,y\,dy = 0, \tag{3}$$

$$-\int_{y_1}^{h} \frac{bK_1}{\sqrt{2\pi(y-y_1)}}\,y\,dy - \int_{y_1}^{h} b\frac{M}{I}\,y^2\,dy + M = 0. \tag{4}$$

Si l'on remarque que, dans le domaine élastique, les contraintes sont proportionnelles aux charges, on peut poser $K_1 = k_1 M$, ce qui conduit aux équations (3′) et (4′), qui ne font plus intervenir la valeur du chargement $M$ :

$$\frac{k_1}{\sqrt{2\pi}}\int_{y_1}^{h} \frac{1}{\sqrt{y-y_1}}\,dy + \frac{1}{I}\int_{y_1}^{h} y\,dy = 0, \tag{3′}$$

$$-\frac{bk_1}{\sqrt{2\pi}}\int_{y_1}^{h} \frac{y}{\sqrt{y-y_1}}\,dy - \frac{b}{I}\int_{y_1}^{h} y^2\,dy + 1 = 0. \tag{4′}$$

B. *Méthodes simplifiées et méthode „complète"*. Pour éviter la non compatibilité en $k_1$ de ces deux équations d'équilibre, on peut proposer de n'utiliser qu'une de ces deux équations. L'usage de la première formule donne la méthode de Morozov [1]. On pourrait également proposer de n'utiliser que la seconde formule, qui conduirait d'ailleurs à un résultat différent pour $k_1$, pour la même géométrie de poutre et de fissure.

En fait la seule méthode statiquement admissible consiste à prendre en compte les deux formules, en considérant cette fois comme inconnue le doublet $(k_1, l)$.

Après intégration, les équations (3′) et (4′) conduisent au système

$$\frac{2k_1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{h-y_1} + \frac{1}{2I}(h^2 - y_1^2) = 0, \tag{5}$$

$$-\frac{2}{3}\frac{bk_1}{\sqrt{2\pi}}(2y_1 + h)\sqrt{h-y_1} - \frac{b}{3I}(h^3 - y_1^3) + 1 = 0. \tag{6}$$

L'expression de $k_1$ en provenance de la première équation, et reportée dans la seconde, conduit à une équation du second degré en $y_1$, qui admet deux solutions réelles $-h$ et $3h$. Seule la solution négative conserve un sens physique, cette solution conduisant à une longueur de fissure statiquement admissible $l_0 = 0$.

2.3. *Conséquences sur les méthodes de calcul de $K_1$ en élasticité pure.* Sous les hypothèses précédentes, il paraît impossible d'obtenir une fissure statiquement admissible, qui ne soit pas de longueur nulle.

Cette observation est en contradiction avec les solutions proposées, en élasticité pure, utilisant des méthodes asymptotiques. Il semblerait que l'utilisation de telles méthodes reste délicate, si l'on veut aboutir à des solutions statiquement admissibles.

Pour tenter d'aboutir à des solutions de fissures de longueur finie, statiquement admissibles, il est possible d'envisager une hypothèse qui serait plus conforme au comportement réel des matériaux, en prenant en compte la création d'une zone plastique à l'extrémité de la fissure.

Nous proposons de poursuivre l'analyse de la méthode „complète" des sections en adoptant ce point de vue.

**3. Méthode „complète" des sections. Cas élasto-plastique. 3.1.** *Chargements et distribution de contraintes.* Nous reprendrons le principe de deux chargements, par $M$ et une répartition linéïque extérieure dans le plan de la fissure, appliquée sur la longueur $l$ de la fissure, et de signe opposé aux contraintes créées par le moment.

Pour ne pas avoir à effectuer de superposition de cas de charge, on considérera que les sollicitations de moment et linéïques le long de la fissure sont appliquées simultanément, de façon à toujours conserver une distribution totale nulle sur l'étendue de la fissure. Il est important de noter que ce chargement quasi-statique sera effectué de façon monotone croissante, le facteur de charge étant par exemple le moment $M$. On suppose également que l'on part d'un état neutre de contraintes. Le cas de chargements cycliques ou d'un déchargement ne sera pas abordé ici.

L'hypothèse sur la répartition de contraintes sera identique à la distribution asymptotique précédente, mais écrêtée à une valeur $\sigma_p$, seuil de plasticité du matériau, supposé parfaitement plastique. On supposera que le reste de la distribution est inchangé.

Cette nouvelle distribution de contraintes est donnée sur la fig. 4, où $r$ désigne l'étendue de la zone plastique suivant l'axe $Gy$.

3.2 *Principe de la méthode „complète" des sections. Cas élasto-plastique.* Compte tenu de ces nouvelles hypothèses, les équations qui traduisent l'équilibre des sollicitations d'un côté de la section et des actions de contact

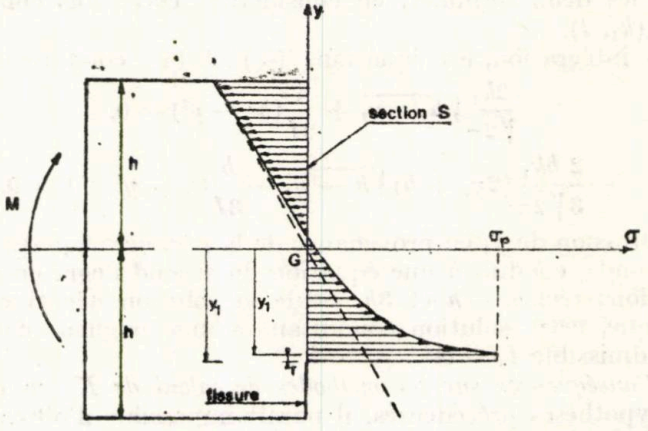



Fig. 4

deviennent les équations (7) et (8), qui remplacent les équations (3) et (4) du cas purement élastique, en posant $y_1' = y_1 + r$ :

$$(7) \qquad \int_{y_1}^{y_1'} \sigma_p \, dy + \int_{y_1'}^{h} \frac{K_1}{\sqrt{2\pi(y - y_1)}} \, dy + \int_{y_1}^{h} \frac{M}{I} y \, dy = 0,$$

$$(8) \qquad -\int_{y_1}^{y_1'} b\sigma_p y \, dy - \int_{y_1'}^{h} \frac{bK_1}{\sqrt{2\pi(y - y_1)}} y \, dy - \int_{y_1}^{h} b\frac{M}{I} y^2 \, dy + M = 0.$$

Il convient de plus d'écrire que la contrainte, à la distance $r$ de l'extrémité du bout de fissure est égale au seuil de plasticité $\sigma_p$, d'où l'équation complémentaire

$$(9) \qquad \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} + \frac{M}{I} y_1' = \sigma_p.$$

Après intégration ces équations conduisent au système

$$(7') \qquad r\,\sigma_p + \frac{2K_1}{\sqrt{2\pi}}(\sqrt{h - y_1} - \sqrt{r}) + \frac{M}{2I}(h^2 - y_1^2) = 0,$$

$$(8') \qquad -\frac{1}{2} b\sigma_p (y_1'^2 - y_1^2) - \frac{2}{3}\frac{bK_1}{\sqrt{2\pi}}\left((2y_1 + h)\sqrt{h - y_1} - (3y_1 + r)\sqrt{r}\right) - \frac{bM}{3I}(h^3 - y_1^3) + M = 0,$$

$$(9') \qquad \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} + \frac{M}{I} y_1' = \sigma_p.$$

Ce système n'admet pas de solutions $K_1 > 0$ dans le domaine de variation de $y_1$, c'est à dire $[-h\,;\,0]$, ce qui signifie que, sous l'ensemble des hypothèses faites pour ce calcul, on ne peut aboutir à une fissure statiquement admissible, autre que de longueur nulle.

**4. Conclusions.** Le bilan de cette étude montre qu'une solution purement élastique pour l'équilibre d'une poutre en flexion pure, munie d'une fissure débouchante, ne peut être en aucun cas statiquement admissible, si l'on suit les développements actuels des méthodes des sections jointes aux résultats des distributions asymptotiques.

Même en considérant une zone plastique en fond de fissure, ou ne trouve aucune fissure qui soit statiquement admissible, en suivant ces développements.

Ces résultats conduisent à s'interroger sur la validité des hypothèses, en particulier sur le caractère licite de la superposition des chargements proposés. L'examen détaillé des raisons qui conduisent à un tel paradoxe est l'objet d'études en cours.

*Reçue le 19 Novembre 1979*

*Université de Montpellier 2, France,*
*Laboratoire de Génie Civil*
*et*
*Institut Polytechique, Jassy,*
*Chaire de Mécanique*

## BIBLIOGRAPHIE

1. Parton V. Z., Morozov E. M., *Elastic-plastic Fracture Mechanics.* Mir Publishers Moscow, 1978.
2. Benthem J. P., Koiter W. T., *Asymptotic Approximations to Crack Problems.* In „Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems", edited by Sih G. C., Noordhoff, Leyden, Vol. 1, Ch. 3, pp. 131—178, 1973.
3. Rudd J. L., Hsu T. M., Aberson J. A., *Analysis and Correlation of Crack Growth from Interference-fit Fastener Holes.* In „Proceedings of the First International Conference on Numerical Methods in Fracture Mechanics", edited by Luxmoore A. R. and Owen D. R. J., Swansea, pp. 774—786, 1978.
4. Barsoum R. S., *On the Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics.* Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering, **10**, 25—37 (1976).

## REPARTIŢIA ELASTO-PLASTICĂ DE EFORTURI UNITARE ÎN VECINĂTATEA UNEI FISURI

Calcul aproximativ pentru o grindă încovoiată. Studiu critic

(Rezumat)

Se discută validitatea repartiţiei eforturilor unitare în extremitatea fisurilor deschise, situate în zona întinsă a unei grinzi solicitate la încovoiere pură, repartiţie obţinută prin metoda numită a secţiunilor.

În prima parte se arată că nu există fisură static admisibilă într-o ipoteză pur elastică, conform metodei secţiunilor. În a doua parte, considerarea unei legi elasto-plastice în extremitatea fisurii conduce la concluzii identice.

În concluzie, se atrage atenţia asupra dificultăţii utilizării metodelor asimptotice în cazurile reale de aplicare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 531.1

# NOTĂ ASUPRA POLULUI ACCELERAȚIILOR

DE

ALFRED BRAIER și CORINA FLORESCU

**1.** În cinematica rigidului se arată că în fiecare moment în care $\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon} \neq 0$ ($\vec{\omega}$ — viteza unghiulară, $\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt$), există un singur punct al obiectului care are accelerația nulă, punct denumit pol al accelerațiilor. În cursurile de mecanică ce se ocupă de existența sa, fie că se indică numai procedeul de identificare (v. [1]), fie se stabilește efectiv expresia vectorului său de poziție, la capătul unor calcule, în fond simple, dar îndeajuns de laborioase și lungi [2], [3].

Scopul acestei note este de a prezenta o variantă de determinare foarte rapidă a polului accelerațiilor, care utilizează convenabil proprietățile ecuației vectoriale ce intervine în această problemă.

**2.** Dacă $O$ este polul ales în rigid, $P$ un punct curent, $\vec{r} = \vec{OP}$, $\vec{a}_0$ — accelerația de translație, iar $\vec{\omega}$ și $\vec{\varepsilon} = \dot{\vec{\omega}}$ viteza, respectiv accelerația unghiulară instantanee, atunci repartiția accelerațiilor este descrisă de $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$. Ecuația care determină polul $G$ al accelerațiilor ($\vec{a}_G = 0$) este

$$\vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_G + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_G) = 0. \tag{1}$$

Înmulțirea scalară cu $\vec{\omega}$ dă

$$\vec{\omega} \cdot \vec{a}_0 + \vec{r}_G \cdot (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) = 0, \tag{2}$$

ecuație vectorială de tipul $\vec{A} \cdot \vec{x} = b$, având soluția bine cunoscută $\vec{x} = (b/A^2)\vec{A} + \vec{K}$, cu $\vec{K}$ arbitrar, dar $\vec{K} \cdot \vec{A} = 0$.

Deci

$$\vec{r}_G = -\frac{\vec{\omega} \cdot \vec{a}_0}{(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})^2}(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) + \vec{K}, \qquad \vec{K} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) = 0, \tag{3}$$

adică $\vec{K} = \lambda\vec{\omega} + \mu\vec{\varepsilon}$ (cînd $\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon} \neq 0$). Atunci

$$\vec{r}_G = \vec{r}^* + \lambda\vec{\omega} + \mu\vec{\varepsilon}, \qquad \text{cu} \qquad \vec{r}^* = -\frac{\vec{\omega} \cdot \vec{a}_0}{(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})^2}(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}). \tag{4}$$

Scalarii reali $\lambda$, $\mu$ se determină după înlocuirea lui $(4)_1$ în ecuația de plecare (1), care dă

$$\vec{a}^* - \lambda(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) + \mu\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) = 0, \tag{5}$$

unde $\vec{a}^* = \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}^* + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}^*)$ este accelerația punctului exprimat prin $(4)_2$[1]. Ea rezultă imediat

$$\vec{a}^* = \vec{a}_0 - \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{a}_0}{(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})^2} [\vec{\varepsilon} \times (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) - \omega^2(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})], \tag{6}$$

căci $\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})] = [\vec{\omega}.(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})]\vec{\omega} - \omega^2(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) = -\omega^2(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})$.

Înmulțirea scalară succesivă a lui (5) prin $\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}$ și $\vec{\varepsilon}$ conduce la

$$\lambda = \frac{\vec{a}^* \cdot (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})}{(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})^2}, \qquad \mu = \frac{\vec{a}^* \cdot \vec{\varepsilon}}{(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})^2}, \tag{7}$$

(deoarece $\vec{\varepsilon} \cdot [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})] = (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})(\vec{\varepsilon} \times \vec{\omega})$). Dar cu (6)

$$\vec{a}^* \cdot (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) = \vec{a}_0 \cdot (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) + \omega^2(\vec{\omega} \cdot \vec{a}_0), \qquad \vec{a}^* \cdot \vec{\varepsilon} = \vec{a}_0 \cdot \vec{\varepsilon}. \tag{8}$$

Prin urmare, din (4), (7) și (8) se obține pentru numărătorul expresiei lui $\vec{r}_G$

$$-(\vec{\omega} \cdot \vec{a}_0)(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon}) + [\vec{a}_0 \cdot (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})]\vec{\omega} + \omega^2(\vec{\omega} \cdot \vec{a}_0)\vec{\omega} + (\vec{a}_0 \cdot \vec{\varepsilon})\vec{\varepsilon},$$

în care primii doi termeni constituie evident dezvoltarea unui dublu produs vectorial, anume $\vec{a}_0 \times [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})]$. Deci

$$\vec{r}_G = \frac{1}{(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})^2} \{\vec{a}_0 \times [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})] + (\vec{\omega} \cdot \vec{a}_0)\omega^2\vec{\omega} + (\vec{a}_0 \cdot \vec{\varepsilon})\vec{\varepsilon}\}. \tag{9}$$

**3.** *Observații.* **1.** Expresia (9) denotă că pentru $\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon} \neq 0$ ecuațiile vectoriale de tipul (1) au soluție unică, procedeul prezentat permițînd determinarea sa rapidă.

2. Funcția $\vec{a} = \vec{a}(\vec{r})$ care descrie cîmpul acceleraților rigidului este bijectivă în toate momentele în care $\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon} \neq 0$. Dependența $\vec{r} = \vec{r}(\vec{a})$ rezultă din soluționarea unei ecuații de tipul (1), în care în locul lui $\vec{a}_0$ intervine $\vec{a}_0 - \vec{a}$. Rezultatul (9) conduce atunci la

$$\vec{r}(\vec{a}) = \vec{r}_G - \frac{1}{(\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})^2} \{\vec{a} \times [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon})] + (\vec{\omega} \cdot \vec{a})\omega^2\vec{\omega} + (\vec{a} \cdot \vec{\varepsilon})\vec{\varepsilon}\}. \tag{10}$$

Considerînd nelimitat domeniul ocupat de rigid se deduce că oricare ar fi $\vec{a}_0$, $\vec{\omega}$ și $\vec{\varepsilon}$ fixați (cu $\vec{\omega} \times \vec{\varepsilon} \neq 0$), adică în orice mișcare a rigidului, în fiecare moment, există un punct care are vectorul accelerație oricît de ar-

---

[1]) Studiul detaliat al repartiției acceleraților din [3] identifică punctul $P^*$ ($\vec{OP}^* = \vec{r}^*$) cu piciorul perpendicularei coborîtă din $O$ pe planul care este locul geometric al punctelor rigidului avînd accelerațiile perpendiculare pe direcția lui $\vec{\omega}$.

bitrar ; altfel exprimat, accelerația atinge în cîte un punct, orice intensitate și orientare imaginabile. Evident că pentru un vector $\vec{a}$ impus, poziția punctului corespunzător în raport cu domeniul limitat ocupat de rigidele ce intervin în aplicațiile concrete, rămîne de discutat în continuare.

*Primită la 20 septembrie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mecanică*

## BIBLIOGRAFIE

1. Voinea R., Voiculescu D., Ceauşu V., *Mecanică*. Ed. did. şi ped., Buc., 1975, pp. 251—252.
2. Suslov G. K., *Mecanică rațională* (trad. din l. rusă). Vol. I, Ed. tehn., Buc., 1950, pp. 131—132.
3. Braier A., *Mecanică pentru ingineri*. Vol. I, fasc. 2, Inst. polit. Iași, 1977, pp. 51—59.

## NOTE SUR LE CENTRE INSTANTANÉ DES ACCÉLÉRATIONS

(Résumé)

On présente une variante simplifiée qui conduit rapidement à la détermination effective du centre instantané des accélérations dans le mouvement général du solide rigide.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621—135

# CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA REȚELELOR DE PROFILE CU PAS NEUNIFORM

DE

ILIE RUSU și PAUL MATEI

**1. Introducere.** Rețelele de profile utilizate în construcția rotorilor turbomașinilor sînt caracterizate prin pas $t$, respectiv desime $b/t$ constantă, fapt care asigură condiții egale de lucru pentru profilele paletelor vecine. Asemenea construcții sînt și cele care oferă randamentele cele mai bune. Sînt însă și cazuri cînd rețeaua de profile rotorice și chiar statorice, se construiește cu pas neuniform și acest lucru se întîlnește cu precădere la ventilatoare, din considerente care privesc combaterea zgomotului aerodinamic [2], sau din considerente constructive (tehnologice) — în cadrul unei familii de rotori de același diametru, dar de parametri aeraulici diferiți.

Dacă în primul caz se utilizează o distribuție de palete cu pas variabil după o anumită lege, în general studiată și recomandată în proiectare, în cazul al doilea, problema pare de la început nerațională, deoarece gruparea paletelor pe zone în care pasul este diferit, afectează în mare măsură randamentul profilului și rețelei.

Referindu-ne la rețelele cu pas uniform $t$, randamentul aeraulic al ventilatorului este dat de

$$\eta = \frac{H}{H_T} = 1 - \frac{\Delta H_r + \Delta H_{ad} + \Delta H_s + \Delta H_d}{H_T}, \tag{1}$$

în care $\Delta H_r$, $\Delta H_{ad}$, $\Delta H_s$ sînt pierderile de sarcină respectiv în rotor, aparatul director și statorul ventilatorului iar $\Delta H_d$—pierderea datorită componentei de rotație a curentului după stator.

Pierderea de sarcină în rotor este dată de relația

$$\Delta H_r = \frac{F_z \operatorname{tg} \lambda}{bt \sin \beta_\infty} = C_z \frac{b}{t} \frac{w_\infty^2}{2g} \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\sin \beta_\infty}, \tag{2}$$

în care $C_z$ este coeficientul de portanță al profilului în rețeaua cu pas uniform, iar $\operatorname{tg} \lambda = C_x/C_z$.

În cazul rețelei cu pas neuniform (fig. 1), pentru două valori ale pasului $t = t$ și $t = t_1$, relația (2) se va scrie

$$\Delta H_{r(t)} = C_{z(t)} \frac{b}{t} \frac{w_\infty^2}{2g} \frac{\operatorname{tg} \lambda_{(t)}}{\sin \beta_\infty}, \tag{3}$$

respectiv

$$\Delta H_{r_{(t_1)}} = C_{z_{(t_1)}} \frac{b}{t_1} \frac{w_\infty^2}{2g} \frac{\operatorname{tg} \lambda_{(t_1)}}{\sin \beta_\infty} . \tag{4}$$

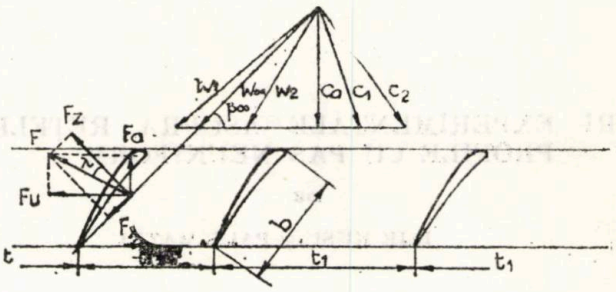



Fig. 1

Rezultă deci

$$\Delta H_{r_{(t)}} = \Delta H_{r_{(t_1)}} \frac{C_{z_{(t)}}}{C_{z_{(t_1)}}} \frac{t_1}{t} \frac{\operatorname{tg} \lambda_{(t)}}{\operatorname{tg} \lambda_{(t_1)}} . \tag{5}$$

Pe de altă parte, la proiectarea rotorului, coeficientul de portanţă al profilului lucrînd în reţea, se modifică de la butuc spre periferie conform relaţiei

$$C_z = \frac{2\pi D \overline{\Gamma}}{z b \overline{w} K_p} , \tag{6}$$

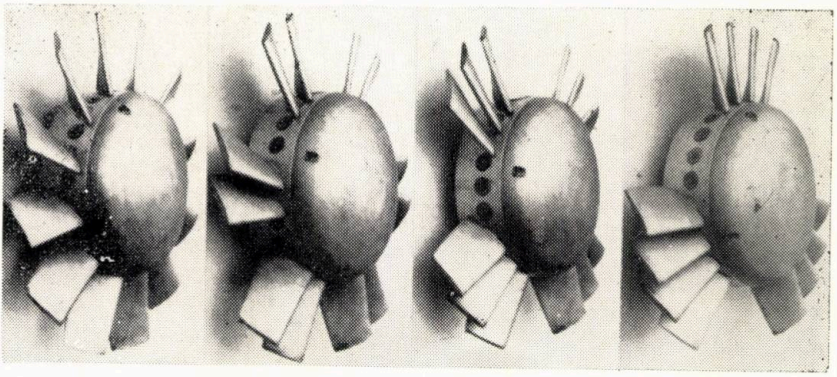
în care $D$ este diametrul secţiunii de calcul, $\overline{\Gamma}$ — circulaţia adimensională a vitezei, $z$ — numărul de palete, $b$ — lăţimea paletei, $\overline{w}$ — viteza relativă adimensională, $K_p = f(b/t, \overline{\Gamma})$ — coeficientul de corelaţie pentru portanţă.

Deoarece $\overline{\Gamma}$ nu depinde de pas, rezultă că $C_z$ depinde de $t$ în măsura în care $K_p$ depinde de raportul $b/t$. Datele din literatură [1] arată că modificarea lui $K_p$ este nesemnificativă din punctul de vedere al analizei de faţă (de exemplu, pentru $b/t = 1...0{,}6$, $K_p = 0{,}66...0{,}73$).

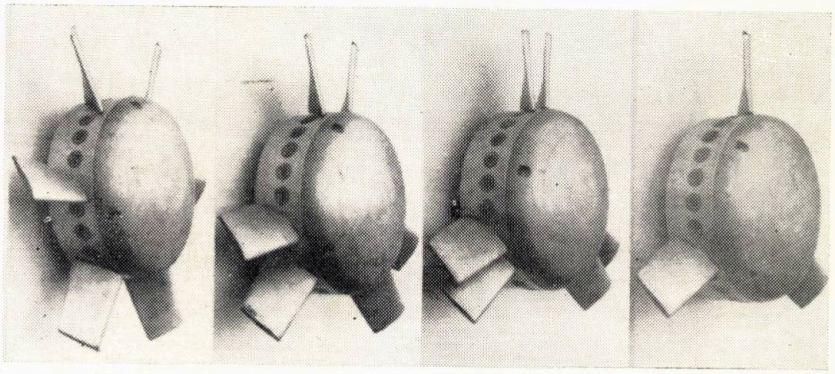
Revenind la relaţia (5), se constată că raportul $t_1/t$ are o pondere mare faţă de $C_{z_{(t)}}/C_{z_{(t_1)}}$, respectiv $\operatorname{tg} \lambda_{(t)}/\operatorname{tg} \lambda_{(t_1)}$, aşadar pe porţiunile de reţea cu paşi diferiţi vor exista pierderi de sarcină diferite. Această concluzie permite să se întrevadă o comportare aeraulică necorespunzătoare, motiv pentru care problema a fost abordată experimental.

În lucrare se dau rezultatele acestei cercetări, evidenţiindu-se influenţa globală a modificării pasului reţelei pe circumferinţă asupra parametrilor aeraulici ai ventilatorului —debit, sarcină, putere utilă şi randament.

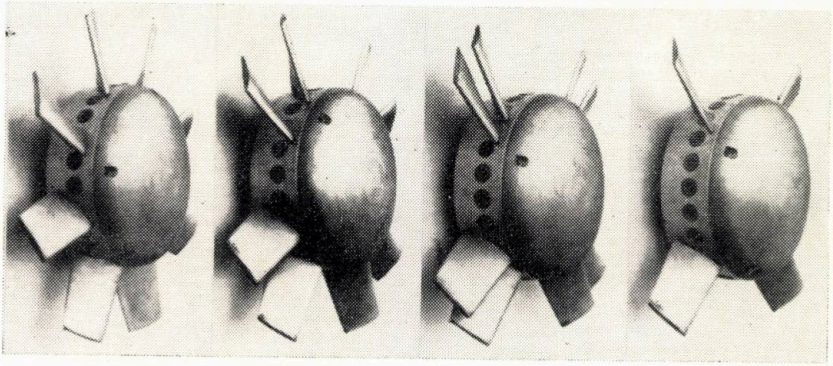
**2. Încercări experimentale.** Pentru efectuarea experimentului s-a proiectat un ventilator de referinţă cu următoarele caracteristici constructive: $d = 0{,}507$ m, $d_1 = 0{,}270$ m, $d_2 = 0{,}504$ m, $s = 0{,}0015$ m, $z = 12$, $n = 1\,420$ rot/min, profilul paletei elicoidal; parametrii aeraulici nominali la proiectare: $Q = 1{,}75$ m³/s, $H = 18$ mm col. apă, $\rho = 1{,}2$ kg/m³.



1 2 3 4



5 6 7 8



9 10 11 12

Fig. 2

Butucul rotorului a fost special construit pentru a permite modificări ale pasului paletelor, pasul de bază fiind $t_0 = 35$ mm ($z = 24$).

Construcția a făcut posibilă încercarea a 12 tipuri de rotori, avînd caracteristicile din tabelul 1. La toate variantele s-a folosit aceeași paletă și același unghi de așezare de 26°, rezultat din calculul aeraulic al ventilatorului de referință ($z = 12$). Cifrele din paranteze reprezintă numărul de grupuri de palete × numărul de palete din grup.

Tabelul 1

| Număr de palete | Mod de așezare | | | |
|---|---|---|---|---|
| | uniform | grupat | | |
| $z = 12$ | $t_1 = 2t_0$<br>fig. 2—*1* | (6 × 2)<br>$t_1 = t_0$<br>$t_2 = 3t_0$<br>fig. 2—*2* | (4 × 3)<br>$t_1 = t_0$<br>$t_2 = 4t_0$<br>fig. 2—*3* | (3 × 4)<br>$t_1 = t_0$<br>$t_2 = 3t_0$<br>fig. 2—*4* |
| 8 | $t_1 = 3t_0$<br>fig. 2—*5* | (4 × 2)<br>$t_1 = 2t_0$<br>$t_2 = 4t_0$<br>fig. 2—*6* | (4 × 2)<br>$t_1 = t$<br>$t_2 = 6t_0$<br>fig. 2—*7* | |
| 6 | $t_1 = 4t_0$<br>fig. 2—*8* | (3 × 2)<br>$t_1 = 3t_0$<br>$t_2 = 5t_0$<br>fig. 2—*9* | (3 × 2)<br>$t_1 = t_0$<br>$t_2 = 7t_0$<br>fig. 2—*10* | |
| 4 | $t_1 = 6t_0$<br>fig. 2—*11* | | | |
| 3 | $t_1 = 8t_0$<br>fig. 2—*12* | | | |

În fig. 2 sînt prezentate cele 12 variante încercate.

Experimentările s-au făcut cu rotorul întubat, pe un stand de probe cu cameră de presiune pe aspirație. Debitul s-a modificat cu ajutorul unui set de 9 diafragme (și combinații), urmărindu-se presiunea din cameră, turația rotorului ventilatorului și puterea absorbită la arbore. În baza datelor măsurate, s-au calculat conform STAS 7 466—74 :

a) debitul normal nominal

$$Q_{v_{m_0}} = Q_{v_m} \frac{\omega_0}{\omega} \frac{\rho_{ev}}{\rho_0}, \tag{7}$$

în care

(8) $$Q_{v_m} = \varepsilon \alpha A_d \sqrt{\frac{2\Delta p_c}{\rho_{ev}}};$$

b) presiunea totală a ventilatorului (normală, nominală)

(9) $$\Delta p_{t_0} = \Delta p_t \frac{\rho_0}{\rho_{ev}} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2,$$

în care

(10) $$\Delta p_t = \Delta p_c + \rho_{ev} \frac{v_{ev}^2}{2} + \rho_{ev} \zeta^* \frac{v_{ev}^2}{2};$$

c) puterea utilă

(11) $$P_{u_0} = \Delta p_{t_0} Q_{v_{m_0}};$$

d) randamentul aeraulic general

(12) $$\eta = \frac{P_{u_0}}{P}, \quad \text{cu} \quad P = \eta_m P_0.$$

În relațiile de mai sus, mărimile au următoarele semnificații: $\Delta p_c$ — presiunea din cameră, $\rho_{ev}$ și $v_{ev}$ — densitatea și viteza aerului în secțiunea de evacuare, $\zeta^*$ — coeficientul de rezistență echivalent al sistemului de racord la cameră și tubulaturii de refulare, $\varepsilon$ — coeficientul de compresibilitate, $\alpha$ — coeficientul de debit al diafragmei, $A_d$ — aria diafragmei, $\omega_0$ — viteza unghiulară de referință (corespunzătoare lui $n_0 = 1\,450$ rot/min), $\omega$ — viteza unghiulară măsurată, $P$ — puterea electrică absorbită de electromotor, $\eta_m$ — randamentul electromotorului.

**3. Rezultate experimentale.** Pe baza măsurătorilor efectuate, în fig. 3, 4 și 5 se prezintă curbele $\overline{H} = f(\overline{Q})$, $\overline{P} = f(\overline{Q})$ și $\eta = f(\overline{Q})$ pentru $n = n_0 = 1\,450$ rot/min, în care

$$\overline{H} = \frac{H}{\rho u_2^2}, \quad \overline{Q} = \frac{4Q}{\pi d_2^2 u_2}, \quad \overline{P} = \frac{4P}{\pi d_2^2 \rho u_2^3}.$$

Numerotarea curbelor din cele trei grafice corespunde variantei rotorului încercat conform fig. 2 și tabelului 1.

Din examinarea curbelor rezultă următoarele:

a) în toate cazurile, grupajul paletelor conduce la parametri aeraulici inferiori în comparație cu cazul dispunerii uniforme a paletelor pe circumferință;

b) adesea este mai rațional un rotor cu palete mai puține dar dispuse uniform, față de rotorul cu număr mai mare de palete dar grupate, ceea ce se constată urmărind ordinea de dispunere a curbelor de sarcină, putere și randament;

c) la același număr de palete performanțele scad odată cu creșterea raportului $t_2/t_1$, fapt strict verificat la toate variantele încercate.

**4. Concluzii.** Cercetările experimentale efectuate asupra rețelelor cu pas neuniform aplicate la rotorii turbomașinilor — în speță la ventilatoarele axiale — au pus în evidență faptul că grupajul paletelor conduce la parametri aeraulici inferiori în comparație cu dispunerea uniformă;

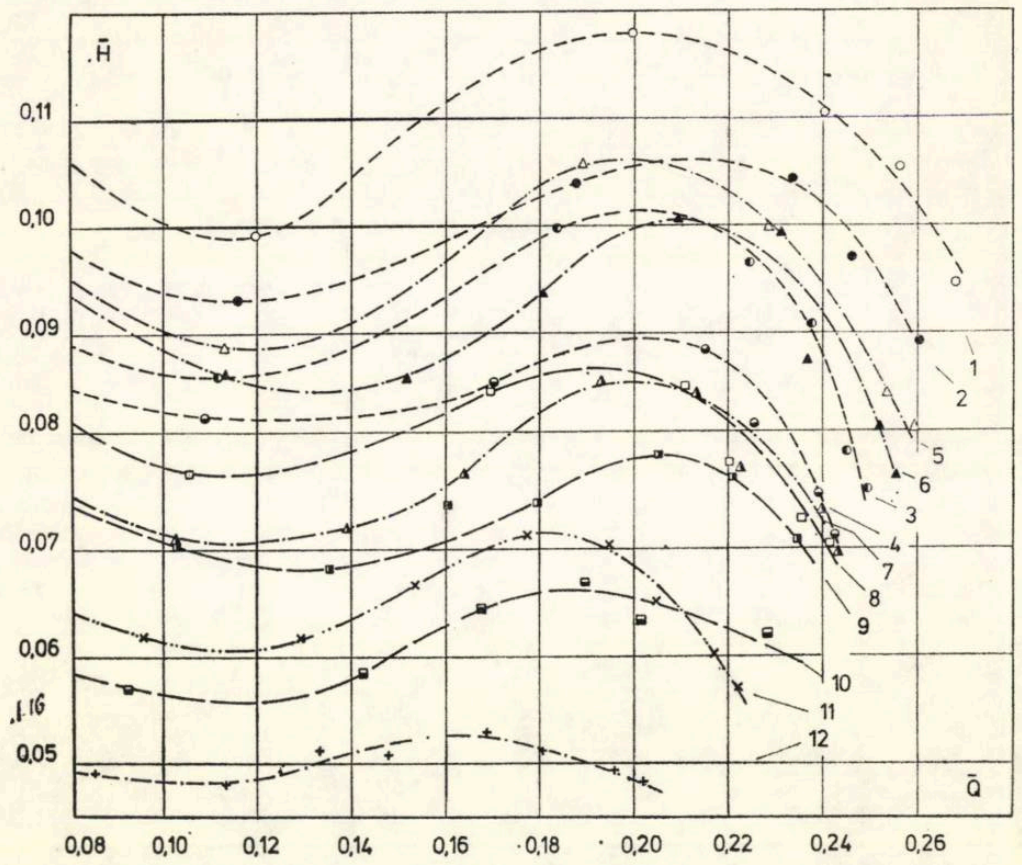



Fig. 3

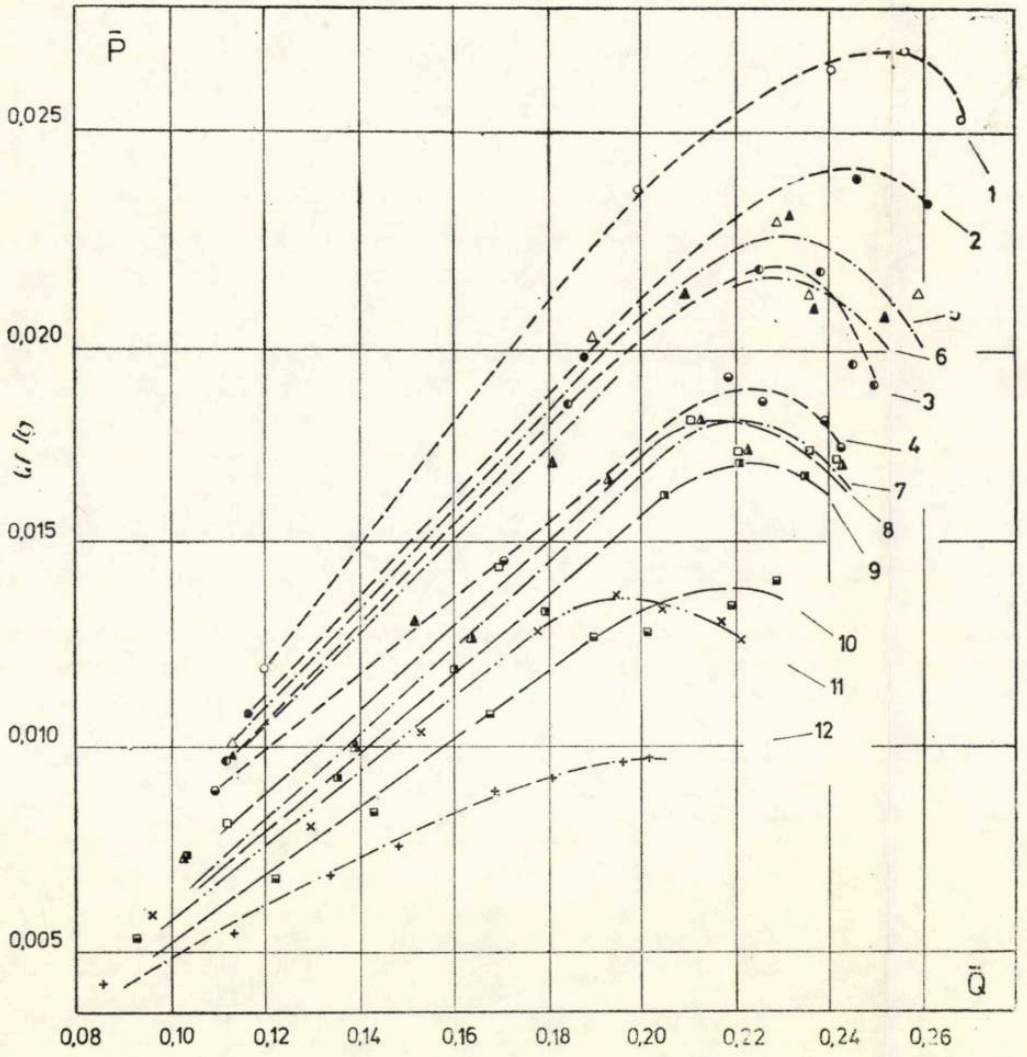



Fig. 4

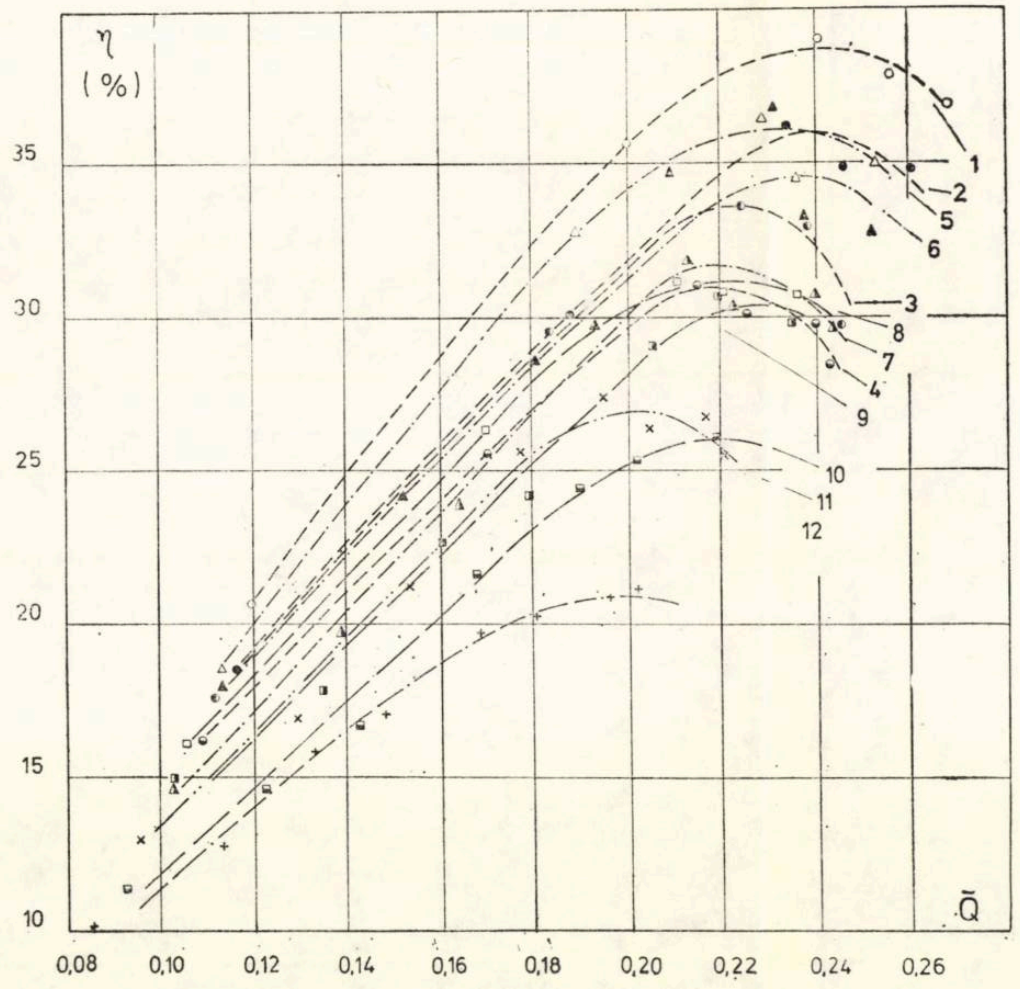
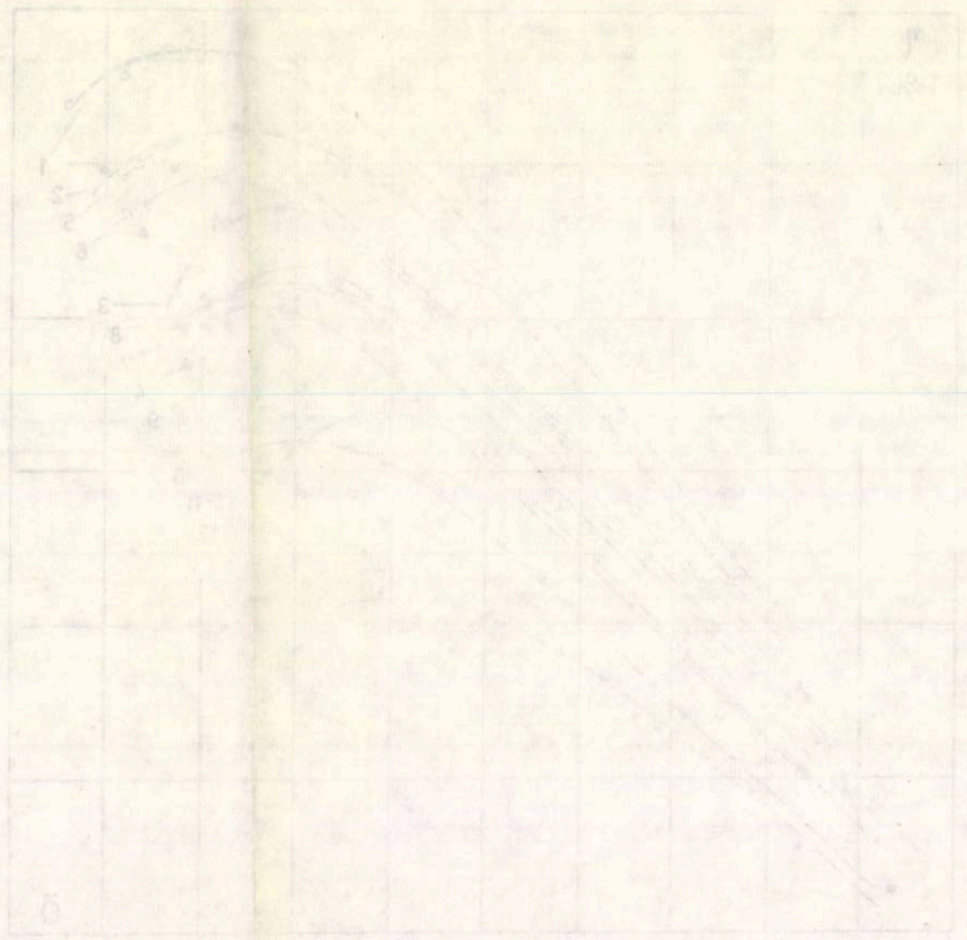



Fig. 5



unele comodităţi tehnologice determinate de gruparea paletelor atunci cînd în cadrul aceleiaşi familii de rotori se trece la un număr de palete inferior, nu sînt justificate.

*Primită la 20 decembrie 1979*

*Laboratorul de mecanica fluidelor şi maşini hidropneumatice*

## BIBLIOGRAFIE

1. Pak V. S., Gheier V. G., *Instalaţii miniere de aeraj şi de evacuare a apelor.* Ed. tehn., Buc., 1954.
2. Eck B., *Ventilatoren.* Springer-Verlag, Berlin, 1974.
3. Schlichting H., *Grenzschicht-Theorie.* Springer-Verlag, Berlin, 1968.
4. Ушаков К. А., Бусчель А. Р., *Исследование вляния числа лопаток на характеристики осевого вентилятора.* Промышленая аеродинамика, Св. нр. *10*, Оборонгиз, Москва, 1958.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕТОК С НЕРАВНОМЕРНЫХ ШАЛОМ

(Резюме)

В работе исследуется качества кольцевых решеток с неравномерных шалом рабочих колес осевых вентиляторов.

Полученные результаты носят что полное давление, расход и К.П.Д. вентилятора понижают тем больше, чем больше величина отношении ма шалом решетки.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C, Z, 678.057

# OPTIMIZAREA UNOR PARAMETRI CONSTRUCTIVI AI MELCILOR MAȘINILOR DE EXTRUDERE (II)

DE

RADU Z. TUDOSE și ANCA MOISE

**1. Introducere.** Lucrările teoretice și experimentale apărute pînă în prezent au tratat optimizarea parametrilor tehnologici și constructivi ai mașinii de extrudere numai pentru lichide newtoniene [1], [2], [5].

Prezenta lucrare urmărește stabilirea relațiilor de optimizare a unor parametri constructivi ai melcului în cazul extruderii unor lichide ce respectă legea puterii, în condiții izoterme. S-a abordat de asemenea curgerea adiabatică a topiturilor de polimer prin canalul melcului, obținîndu-se caracteristica adimensională a melcului și dependența debitului de parametrii constructivi.

**2. Optimizarea unor parametri constructivi ai melcilor în condiții izoterme.** Viteza de curgere, debitul și eficacitatea mașinii de extrudere sînt influențate în mare măsură de unghiul filetului $\alpha$ și de adîncimea canalului melcului $H$. Debitul mașinii, exprimat în raport cu parametrii tehnologici și constructivi ai melcului și filierei, este de forma [6]

$$V_s = \frac{k_a N}{1 + \frac{k_p}{k_F}\left(\frac{1}{kZ}\right)^{1/n}}, \tag{1}$$

în care

$$k_a = \frac{\pi^2 d_c^2 H_0 \sin\alpha\cos\alpha}{2N_f}\left(1 - \frac{2\delta}{d_c} - \frac{bN_f}{\pi d_c \sin\alpha}\right)\left(1 - \frac{\delta}{H_0}\right), \tag{2}$$

$$k_p = \frac{n}{2(2n+1)}\frac{\pi d_c H_0^{\frac{2n+1}{n}}\sin\alpha}{2^{1/n}N_f}\left(1 - \frac{2\delta}{d_c} - \frac{bN_f}{\pi d_c\sin\alpha}\right)\times \tag{3}$$

$$\times\left[1 + \left(\frac{\delta}{H_0}\right)^3\frac{B}{b}\left(\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}\right)^2\right],$$

$$k_F = \frac{n}{3n+1}\pi R^3\left(\frac{R}{2kL}\right)^{1/n}. \tag{4}$$

Pentru a stabili dependența debitului de unghiul filetului se consideră un melc cu un singur început, cu pas și adîncime a canalului constante

pe toată lungimea lui, independente de coordonata $z$. Se admite că distanța la vîrful filetului și lățimea filetului $b$, fiind foarte mici, pot fi neglijate. Pe baza acestor ipoteze se simplifică expresiile (2) și (3), iar substituirea lor în ecuația (1) duce la o nouă expresie a debitului:

$$V_s = \frac{\pi^2 d_c^2 NH \sin\alpha \cos\alpha}{2 + \frac{n}{2n+1} \frac{\pi d_c H^{\frac{2n+1}{n}}}{(2kL)^{1/n} k_F} (\sin\alpha)^{\frac{n+1}{n}}}. \tag{5}$$

Dacă lungimea $L$ și diametrul $d_c$ sînt fixate, debitul este o funcție de turație, adîncimea canalului, unghiul filetului și constantele de material ale polimerului.

Adîncimea optimă a canalului $H^0$, pentru care debitul este maxim, se obține din egalarea cu zero a derivatei parțiale a ecuației (5) în raport cu adîncimea canalului

$$\frac{\partial V_s}{\partial H} = 0 \quad \text{pentru} \quad H = H^0$$

și are expresia

$$H^0 = \left[\frac{2(2n+1)}{n+1} \frac{(2kL)^{1/n} k_F}{\pi d_c (\sin\alpha)^{\frac{n+1}{n}}}\right]^{\frac{n}{2n+1}}. \tag{6}$$

Debitul corespunzător adîncimii optime se obține prin substituirea ecuației (6) în (5):

$$V_s^0 = \frac{n+1}{2(2n+1)} \pi^2 d_c^2 NH^0 \sin\alpha \cos\alpha. \tag{7}$$

Unghiul filetului pentru care debitul are valoarea maximă rezultă din anularea derivatei parțiale a ecuației (5) în raport cu unghiul $\alpha$

$$\frac{\partial V_s}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{pentru} \quad \alpha = \alpha^0.$$

Satisfacerea ambelor condiții de optim — adîncime optimă și unghi optim — duce la următoarele expresii ale unghiului filetului și adîncimii canalului:

$$\sin^2\alpha^+ = \frac{n}{3n+1},$$

$$H^+ = \left[\frac{2(2n+1)}{n+1}\left(\frac{3n+1}{n}\right)^{\frac{n+1}{2n}} \frac{(2kL)^{1/n} k_F}{\pi d_c}\right]^{\frac{n}{2n+1}}. \tag{8}$$

Debitul corespunzător mașinii de extrudere al cărei melc îndeplinește aceste condiții se obține din ecuația (5), după introducerea relațiilor (8), fiind

$$V_s^+ = \frac{n+1}{2(3n+1)} \sqrt{\frac{n}{2n+1}}\, \pi^2 d_c^2 NH^+. \tag{9}$$

Raportul debitelor date de ecuațiile (7) și (9) este o funcție de unghiul filetului și de indicele de curgere al polimerului

$$(10) \qquad \frac{V_s^0}{V_s^+} = \frac{3n+1}{\sqrt{n(2n+1)}}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^{\frac{n+1}{2(2n+1)}} (\sin\alpha)^{\frac{n}{2n+1}} \cos\alpha.$$

Ecuația s-a reprezentat grafic în fig. 1, păstrînd ca parametru indicele de curgere. Familia de curbe obținută prezintă un maxim ce se deplasează spre valori din ce în ce mai mici ale unghiului filetului pe măsură ce indicele de curgere scade. Unghiul optim al filetului este o funcție unică de indicele de curgere al polimerului

$$(11) \qquad \alpha^+ = \arcsin\sqrt{\frac{n}{3n+1}}$$

și pentru valori curente ale indicelui de curgere este cuprins între 20° și 30°. Debite suficient de mari se obțin într-un domeniu mai larg al unghiurilor, între 10° și 40°. Unghiul ales pentru proiectarea melcului se recomandă să fie cuprins între aceste limite, dar trebuie corelat și cu eficacitatea mașinii.

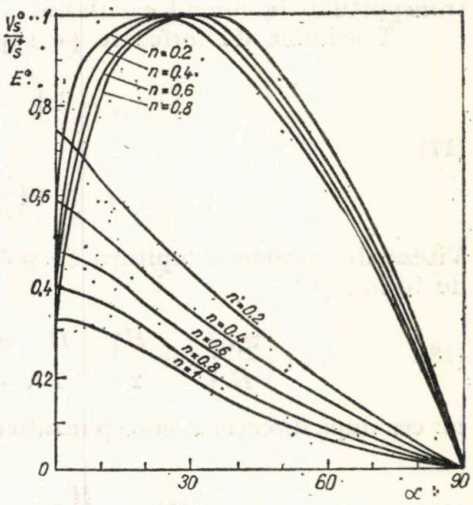



Fig. 1 — Dependența debitului și eficacității mașinii de extrudere de unghiul filetului.

Eficacitatea se definește prin relația

$$(12) \qquad E = \frac{V_s \Delta p}{P},$$

în care $\Delta p$ este diferența de presiune, iar $P$ este puterea teoretică a mașinii, sumă a două puteri

$$(13) \qquad P = P_1 + P_s.$$

Puterea de acționare a melcului $P_1$ a fost calculată pe baza modelului curgerii Couette. Dacă pe o suprafață elementară $dA$ a cilindrului acționează o forță $dF$, puterea necesară pentru a deplasa suprafața cilindrului cu viteza $v_0$ este dată de produsul

$$(14) \qquad dP_1 = v_0\, dF.$$

Produsul scalar se poate scrie

$$(15) \qquad dP_1 = v_{x0}\, dF_x + v_{z0}\, dF_z.$$

Ca urmare a exprimării forțelor tangențiale ca produs între tensiunea tangențială și suprafață, ecuația (15) devine

$$(16) \qquad dP_1 = \int_0^A (v_{x0}\,\tau_{yx} + v_{z0}\,\tau_{yz})\,dA.$$

Primul termen din paranteză reprezintă energia consumată pentru recircularea lichidului în planul $x - y$, iar al doilea termen energia necesară transportului în lungul canalului.

Tensiunile de forfecare pe suprafaţa cilindrului au expresiile :

$$(17) \qquad \tau_{yx} = k\left(-\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^n \quad y = \frac{H}{2},$$

$$\tau_{yz} = k\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^n \quad y = \frac{H}{2}.$$

Viteza de curgere a topiturii de polimer în lungul canalului melcului este de forma [6]

$$(18) \qquad v_z = \frac{v_{z0}}{H}\left(y + \frac{H}{2}\right) - \frac{H}{2}\,\frac{n}{n+1}\left[\frac{H}{2k}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]^{1/n}\left[1 - \left|\frac{2y}{H}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right],$$

iar cea după direcţia $x$, corespunzătoare curgerii transversale, are expresia [6]

$$(19) \qquad v_x = -\frac{v_{x0}}{H}\left(y + \frac{H}{2}\right) + v_{x0}\,\frac{2n+1}{2(n+1)}\left[1 - \left|\frac{2y}{H}\right|^{\frac{n+1}{n}}\right].$$

Vitezele de forfecare obţinute prin derivarea relaţiilor (18) şi (19) precum şi expresiile tensiunilor se substituie în (16), obţinînd

$$(20) \qquad P_1 = k\int_{-B/2}^{B/2}\int_0^Z \left\{v_{x0}\left(\frac{3n+1}{n}\,\frac{v_{x0}}{H}\right)^n + v_{z0}\left[\frac{v_{z0}}{H} + \left(\frac{H}{2k}\,\frac{\partial p}{\partial z}\right)^{1/n}\right]^n\right\} dx\,dz.$$

Ecuaţia se poate integra pentru un canal de geometrie constantă. În cazul general al unui melc cu $N_f$ începuturi, integrarea lui (20) duce la expresia

$$(21) \qquad P_1 = kBZN_f\left\{\frac{v_{x0}^{n+1}}{H^n}\left(\frac{3n+1}{n}\right)^n + v_{z0}\left[\frac{v_{z0}}{H} + \left(\frac{H}{2k}\,\frac{\partial p}{\partial z}\right)^{1/n}\right]^n\right\}.$$

$P_s$, puterea disipată la forfecarea lichidului între vîrful filetului şi cilindru, se determină pe baza unor consideraţii similare. Se consideră că scăpările peste marginile filetului au loc datorită antrenării de către peretele cilindrului. Viteza de forfecare între vîrful filetului şi cilindru este $v_0/\delta$. Prin analogie cu (14), (16) şi (17) se poate scrie

$$(22) \qquad dP_s = v_0 k\left(\frac{v_0}{\delta}\right)^n dA.$$

Prin integrarea relaţiei (22) pentru un melc cu $N_f$ începuturi se obţine expresia

$$P_i = v_0^{n+1} \frac{kb}{\delta^n} Z. \tag{23}$$

Puterea teoretică a mașinii de extrudere, obținută prin însumarea rezultatelor (21) și (23), se poate scrie sub forma

$$P = k_E kZN^{n+1} + P', \tag{24}$$

în care

$$k_E = \frac{(\pi d_c)^{n+2} \sin \alpha}{H^n} \left(1 - \frac{2\delta}{d_c} - \frac{bN_f}{\pi d_c \sin \alpha}\right)\left[\left(\frac{3n+1}{n}\right)^n (\sin \alpha)^{n+1} + \frac{b}{B}\left(\frac{H}{\delta}\right)^n\right], \tag{25}$$

$$P' = N_f kBZv_{z0}\left[\frac{v_{z0}}{H} + \left(\frac{H}{2k}\frac{\Delta p}{Z}\right)^{1/n}\right]^n. \tag{26}$$

Pentru un melc a cărui adîncime $H$ este optimă și constantă, iar $b$ și $\delta$ sînt foarte mici, încît se pot neglija, expresia (24) devine

$$P^0 = \frac{(\pi d_c)^{n+2} (N \sin \alpha \cos \alpha)^{n+1}}{H_0^n}\left\{\left(\frac{3n+1}{n}\right)^n \frac{kL}{(\cos \alpha)^{n+1}} + \right. \tag{27}$$
$$\left. + \left[\frac{(kL)^{1/n}}{(\sin \alpha)^{\frac{n+1}{n}}} + \frac{H_0^{\frac{2n+1}{n}}}{2^{\frac{n+1}{n}}} \frac{n+1}{2n+1} \frac{\pi d_c}{k_F}\right]\right\}.$$

Prin combinarea formulelor (9), (12) și (27) se obține

$$E^0 = \frac{n+1}{2n+1} \frac{1}{2^n + \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n (\operatorname{tg} \alpha)^{n+1}}. \tag{28}$$

Variația eficacității extruderului funcție de unghiul filetului a fost reprezentată în fig. 1. Eficacitatea este maximă pentru un unghi al filetului de 0°, avînd valori cuprinse între 33% și 75%, corespunzător unui indice de curgere de 1 pînă la 0,2. La acest unghi debitul mașinii este nul, iar energia transmisă melcului servește exclusiv la curgerea transversală. Ca urmare unghiul filetului se va alege între 10° și 20°, valori cuprinse în primul interval recomandat și cărora le corespund, în funcție de natura polimerului, eficacități de 25% pînă la 55%.

**3. Relații de optimizare în condițiile extruderii adiabatice.** Extruderea adiabatică corespunde cazului în care întreaga cantitate de căldură ia naștere prin disiparea energiei mecanice. Astfel de situații pot să apară la prelucrarea prin extrudere a polimerilor cu vîscozitate foarte mare sau în cazul unor turații mari ale melcului.

Se consideră un melc cu un canal ale cărui dimensiuni sînt constante pe lungime. Temperatura și vîscozitatea materialului sînt independente de coordonata $x$, dar variază în lungul canalului. În acest caz, diferența de presiune are expresia [5]

$$\Delta p = \left(\frac{k_a N - V_s}{k_p}\right)^n \int_0^z k\,\mathrm{d}z. \tag{29}$$

Indicele de consistență $k$ este o funcție de temperatură și coordonata $z$. Corelarea acestor mărimi se face pe baza unui bilanț termic întocmit pentru un element de canal de lungime $\mathrm{d}z$. Deoarece presiunea fluidului ce curge prin acest element crește cu $\mathrm{d}p$, iar temperatura cu $\mathrm{d}T$, energia va prezenta o creștere totală de forma $V_s c_p \mathrm{d}T + V_s \mathrm{d}p$. Energia disipată este dată de (24) și în condiții adiabatice ea este egală cu energia primită

$$V_s c_p \mathrm{d}T + V_s \mathrm{d}p = k_E k N^{n+1} \mathrm{d}z + P'. \tag{30}$$

Termenii doi și patru sînt mult mai mici ca ordin de mărime decît ceilalți; prin neglijarea lor se obține

$$k\mathrm{d}z = \frac{V_s c_p}{k_E N^{n+1}} \mathrm{d}T. \tag{31}$$

Expresia (31) se substituie în (29) care se integrează între limitele de temperatură de la extremitățile canalului, rezultînd

$$\Delta p = \left(\frac{k_a N - V_s}{k_p}\right)^n \frac{V_s c_p}{k_E N^{n+1}} \Delta T, \tag{32}$$

în care $c_p$ reprezintă căldura specifică raportată la unitatea de volum.

Din ecuația (29) se poate deduce expresia debitului maxim $V_{sM} = k_a N$ corespunzător situației cînd capătul melcului este deschis ($\Delta p = 0$). Rezultatul (32) în care s-a introdus această expresie se poate scrie sub forma

$$\frac{V_s}{V_{sM}}\left(1 - \frac{V_s}{V_{sM}}\right)^n = \frac{k_F k_p^n}{c_p k_a^{n+1}} \frac{\Delta p}{\Delta T}. \tag{33}$$

Prin derivarea lui (33) se deduce că pentru $(V_s/V_{sM}) = 1/(n+1)$ raportul $\Delta p/\Delta T$ este maxim și poate fi scris sub forma

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta T}\right)_M = \frac{n^n}{(n+1)^{n+1}} \frac{c_p k_a^{n+1}}{k_E k_p^n}. \tag{34}$$

Substituirea relației (34) în (33) duce la caracteristica melcului sub formă adimensională

$$\frac{V_s}{V_{sM}}\left(1 - \frac{V_s}{V_{sM}}\right)^n = \frac{n^n}{(n+1)^{n+1}} \frac{\Delta p/\Delta T}{(\Delta p/\Delta T)_M}. \tag{35}$$

În fig. 2 s-a reprezentat grafic caracteristica adimensională a melcului. Debitul maxim $V_s/V_{sM} = 1$ corespunde unei mașini de extrudere deschisă, pentru care $\Delta p/\Delta T = 0$. Creșterea rezistenței hidraulice a capului de extrudere determină o scădere a debitului și o creștere a valorii raportului $\Delta p/\Delta T$. Aceasta se explică prin faptul că deși se mărește atît presiunea cît și temperatura, totuși presiunea cunoaște o creștere mai accentuată.

La valoarea $V_s/V_{sM} = 1/(n+1)$ raportul $\Delta p/\Delta T$ este maxim; debitul corespunzător este cu atît mai mare cu cît indicele de curgere al polimerului este mai mic. În domeniul $V_s/V_{sM} < 1/(n+1)$ raportul $\Delta p/\Delta T$

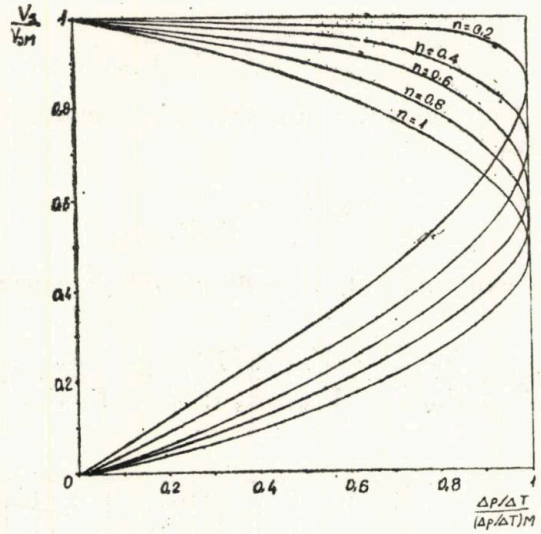



Fig. 2 — Caracteristica melcului la extrudere adiabatică.

scade, ceea ce se poate explica printr-o creștere mai accentuată a temperaturii în raport cu presiunea. Variația valorilor raportului $\Delta p/\Delta T$ conduce la presupunerea că presiunea, în funcție de debit, prezintă un maxim în domeniul $V_s/V_{sM} \leqslant 1/(n+1)$.

Ecuația (35) se poate transcrie sub forma

$$\Delta p = \frac{V_s}{V_{sM}}\left(1 - \frac{V_s}{V_{sM}}\right)^n \frac{c_p k_a^{n+1}}{k_E k_p^n} \Delta T. \tag{36}$$

Valoarea lui $\Delta T$ trebuie corelată cu proprietățile lichidului și parametrii funcționali ai mașinii. Dependența indicelui de consistență de temperatură se poate exprima printr-o formulă empirică [5]

$$k = k_0 e^{-k_1 T}. \tag{37}$$

Se substituie (37) în (31) și după integrare se obține

$$\frac{1}{k_1}(e^{k_1 T_f} - e^{k_1 T_i}) = \frac{k_0 k_E N^{n+1}}{V_s c_p} Z, \tag{38}$$

unde $T_f$ și $T_i$ sînt temperaturile la extremitățile melcului. Se introduc notațiile:

$$k_i = k_0 e^{-k_1 T_i}, \tag{39}$$

(40) $$k_N = \frac{k_1 k_i k_E N^n Z}{k_a c_p}$$

și după împărțirea relației (38) la debitul maxim, rezultă

(41) $$\exp(k_1 \Delta T) - 1 = \frac{k_N}{V_s / V_{sM}} .$$

Neglijînd termenul al doilea din membrul stîng, ecuația se poate scrie în forma aproximativă

(42) $$\Delta T \approx \frac{1}{k_1} \ln \frac{k_N}{V_s / V_{sM}} .$$

Prin substituirea expresiei (42) în (36) se obține dependența presiunii de debit

(43) $$\Delta p = \frac{V_s}{V_{sM}} \left(1 - \frac{V_s}{V_{sM}}\right)^n \frac{c_p k_a^{n+1}}{k_E k_p^n} \frac{1}{k_1} \ln \frac{k_N}{V_s / V_{sM}} .$$

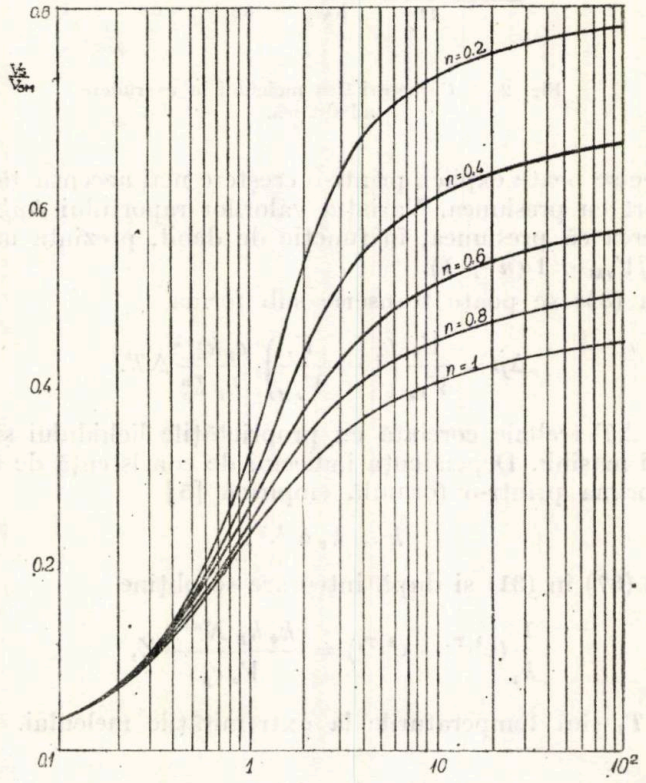



Fig. 3 — Reprezentarea relației (44).

Valoarea raportului debitelor pentru care $\Delta p$ prezintă un maxim, $(V_s/V_{sM})^0$, se obține din condiția $\partial(\Delta p)/\partial(V_s/V_{sM}) = 0$ și are expresia

$$(44)\quad \ln \frac{k_N}{(V_s/V_{sM})^0} = \frac{1-(V_s/V_{sM})^0}{1-(n+1)(V_s/V_{sM})^0}, \quad \text{pentru} \quad \frac{V_s}{V_{sM}} < \frac{1}{n+1}.$$

Relația este reprezentată grafic în fig. 3. $k_N$ are valori mari la extruderea materialelor cu vîscozități mari, cu melci lungi și turații mari. În acest caz debitul pentru care presiunea este maximă tinde spre o valoare constantă cu atît mai mare cu cît indicele de curgere este mai mic. În cazul fluidelor cu vîscozitate scăzută, prelucrate cu melci scurți și turație mică, $k_N$ are valori mici. Debitul la care presiunea are valoarea maximă este apropiat de zero și este independent de indicele de curgere.

**4. Concluzii.** 1. Pornind de la ecuațiile curgerii izoterme stabilite anterior, s-au obținut relațiile de determinare a adîncimii optime a canalului melcului și a unghiului optim al filetului. Se constată dependența acestora de indicele de curgere al polimerului. Scăderea indicelui de curgere duce la o scădere a unghiului optim; în raport cu eficacitatea mașinii acesta poate fi ales între 10° și 20°.

2. Abordarea teoretică a curgerii adiabatice prin canalul melcului a condus la obținerea caracteristicii adimensionale a melcului și a dependenței debitului de parametrii constructivi și funcționali ai mașinii.

**Notații**

$b$ — lățimea spirei filetului
$c_p$ — căldura specifică
$d_c$ — diametrul cilindrului
$k$ — indice de consistență
$k_a$, $k_p$, $k_F$ — expresii în relația (1)
$k_E$ — expresie în relația (24)
$k_0$, $k_1$ — constante în relația (37)
$k_i$ — expresie dată de relația (39)
$n$ — indice de curgere
$p$ — presiune
$v$ — viteză (indicii arată direcțiile corespunzătoare)
$v_0$ — viteza de deplasare a cilindrului
$A$ — suprafață
$B$ — lățimea canalului melcului
$E$ — eficiența mașinii de extrudere
$F$ — forța tangențială
$H$ — adîncimea canalului
$K_N$ — expresie dată de relația (40)
$L$ — lungimea melcului
$N$ — turație
$N_f$ — numărul de începuturi al filetului
$P$ — putere
$P_i$ — puterea de acționare a melcului
$P_s$ — puterea disipată
$R$ — raza filierei
$V_s$ — debitul mașinii de extrudere
$T$ — temperatura
$Z$ — lungimea canalului desfășurat
$\alpha$ — unghiul filetului
$\delta$ — distanța dintre cilindru și filet
$\tau$ — efort unitar

*Primită la 1 iunie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de inginerie chimică*

BIBLIOGRAFIE

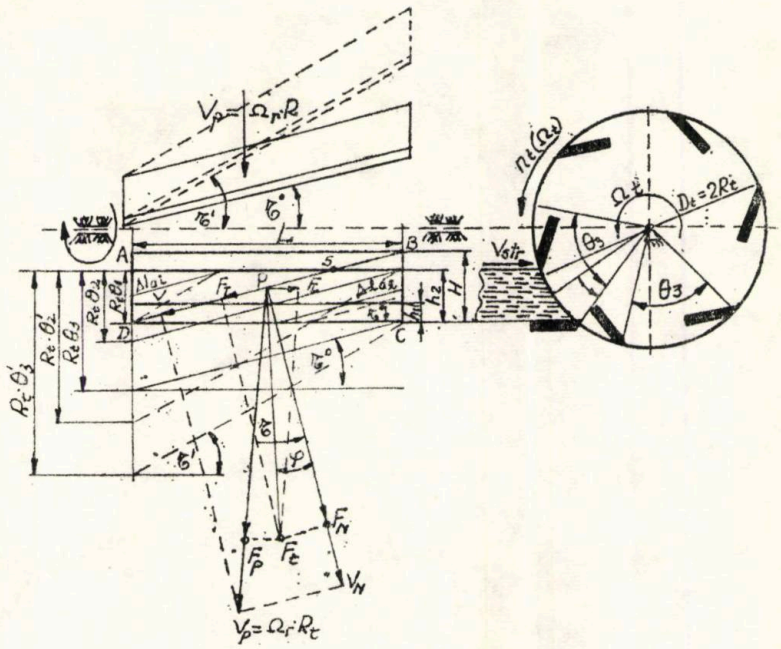
1. Mc Kelvey J. M., *Polymer Processing*. John Wiley and Sons, New York, 1962.
2. Schenkel G., *Kunststoff-Extrudertechnick*. 2-e Auflage, Carl Hansen Verlag, München, 1963.

3, Krüger H., Kunststoffe, **53**, *10*, 711 (1963).
4. Skelland A. H. P., *Non-Newtonian Flow and Heat Transfer*. John Wiley and Sons, New York, 1967.
5. Tudose R. Z., *Procese și utilaje în industria de prelucrare a compușilor macromoleculari*, Ed. tehn., Buc., 1976.
6. Tudose R. Z., Moise A., Ungureanu C., *Optimizarea unor parametri constructivi ai melcilor mașinilor de extrudere* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XXV (XXIX), *1—2*, s. IV (1979).

## OPTIMIZATION OF SOME CONSTRUCTIVE PARAMETERS OF EXTRUDING MACHINE SCREWS (II)

(Summary)

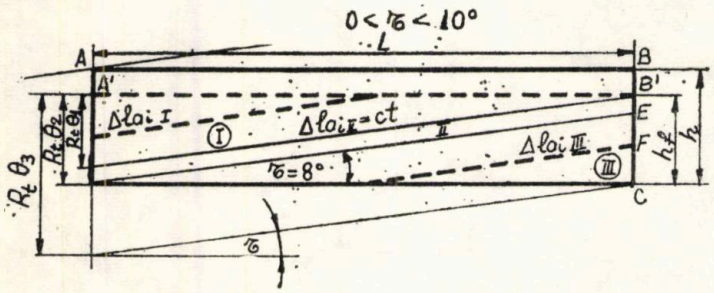
The expressions both of the optimal depth of the screw channel and of the optimal angle of the thread have been established by starting from the equations of the isotherm flow, previously determined. The theoretical approach of the adiabatic flow through the screw channel allows to obtain the dimensionless characteristics of the screw and to establish the correlation between the overflow and the constructive and functional parameters of the extruding machine.



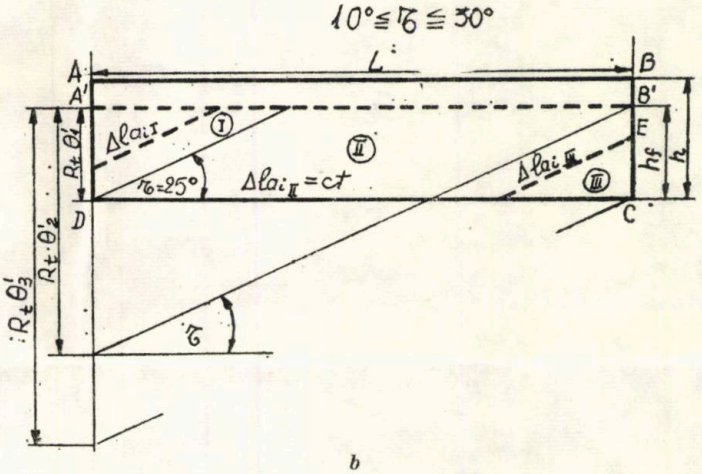

$$h_1 \leqslant h_f \leqslant h_2, \quad \theta_1 = \theta_2, \quad V_N = \Omega_r R_t \cos\tau, \quad V_T = \Omega_r R_t \sin\tau,$$

$$V_P = \Omega_r R_t, \quad F_N = F_t \cos\varphi, \quad F_T = F_t \sin\varphi, \quad F_P = F_t \cos(\tau - \varphi),$$

$$F_L = F_t \sin(\tau - \varphi), \quad F_t = K_{[\tau]}\, \Delta l_{a[\tau\,;\, h_f\,;\, \theta]}, \quad \Delta l_a = \frac{h_f}{\sin\tau}.$$




*a*




*b*

$$\Delta l_{a_i} = \frac{h_{fi}}{\sin\tau} = \frac{R_t\,\theta_{iI}}{\sin\tau} = K_I\theta_{iI}, \quad \theta_{iI} \in [0\,;\, \theta_1]\,;$$

$$\Delta l_{a_{kII}} = \frac{R_t\theta_1}{\sin\tau} = \frac{L}{\cos\tau} = \text{const.}, \quad \theta_1 = \frac{h_{fi}}{R_t}; \quad \theta_{II} \in [\theta_1\,;\, \theta_2]\,;$$

$$\theta_2 = \frac{h_f}{R_t} = \frac{L\,\text{tg}\,\tau}{R_t}\,;$$

$$\Delta l_{aq_{III}} = \frac{CF}{\sin\tau} = \frac{CE - EF}{\sin\tau} = \frac{L\,\text{tg}\,\tau - EF}{\sin\tau} \quad \text{sau}$$

$$\Delta l_{aq_{III}} = \frac{R_t\theta_1 - R_t\theta_{III}}{\sin\tau} = K_I\,(\theta_1 - \theta_{III})\,;$$

$$\theta_{III} \in [\theta_2,\ \theta_3], \quad \theta_3 = \frac{h_f + L\,\text{tg}\,\tau}{R_t} = \theta_1 + \theta_2.$$

$$\Delta l_{a_I} = \frac{h_{f1}}{\sin\tau} = \frac{R_t\theta_I}{\sin\tau} = K_I\theta_I, \quad \theta_I \in [0,\ \theta_1],\ \theta_1' = \frac{h_f}{R_t},$$

$$\Delta l_{aII} = \frac{h_f}{\sin\tau} = \frac{R_t\theta_1}{\sin\tau} = K_I\theta_1 = \text{const.}$$

$$\theta_{II} \in [\theta_1,\ \theta_2],\ \theta_2 = \frac{L\,\text{tg}\,\tau}{R_t},$$

$$\Delta l_{aIII} = \frac{CE}{\sin\tau} = \frac{CB' - B'E}{\sin\tau} = \frac{h_f - R_t\,(\theta_{III} - \theta_2)}{\sin\tau},$$

$$\Delta l_{aIII} = \frac{R_t\,[\theta_1 - (\theta_{III} - \theta_2)]}{\sin\tau} = K_I\,(\theta_1 + \theta_2 - \theta_{III}),$$

$$\theta_{III} \in [\theta_2,\ \theta_3], \quad \theta_3 = \frac{h_f + L\,\text{tg}\,\tau}{R_t} = \theta_1 + \theta_2,$$

**Fig. 1**

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621—23

# CONTRIBUȚII LA STUDIUL CINEMATICII ȘI DINAMICII ACȚIONĂRII ELECTRICE A UTILAJELOR, CU ROTORUL TIP TOBĂ, PENTRU TOCAT ȘI MĂCINAT FURAJE FIBROASE ȘI GROSIERE

DE

GR. I. TAȘCĂ

**0. Introducere.** Utilajele pentru tocat și măcinat furaje fibroase și grosiere [7] pot fi încadrate în categoria mașinilor de lucru cu caracteristică mecanică rezultantă de forma complexă, cu moment de inerție constant și de valoare mare, cu regim de funcționare de durată și cu sarcini variabile în timp.

Avînd un coeficient relativ mare de utilizare în timp, tocătorile cu rotorul tip tobă reprezintă consumatori importanți de energie. Din acest punct de vedere studiul reducerii consumului specific de energie, prin alegerea cît mai potrivită a motorului electric de acționare, prezintă importanță deosebită.

În lucrare, avînd ca bază studiile și cercetările tehnologice de modernizare a acestor utilaje, prezentate în literatura de specialitate [2]...[8], [10], se studiază cinematica și dinamica acționării electrice a acestor utilaje pentru alegerea cît mai corespunzătoare a puterii motorului electric de acționare.

**1. Stabilirea graficului de sarcină.** Regimul de funcționare a tocătorilor cu rotorul tip tobă, cu o anumită structură cinematică și tehnologică pe subansamble, este descris de următoarea relație a bilanțului de cupluri :

$$M_{sr} = M_{s0} + M_{sa} + M_{sM} + M_{sev} + M_{st[\sigma,h_f,\theta]} \quad [\text{Nm}], \tag{1}$$

unde s-a notat : $M_{sr}$ — cuplul rezistent static total considerat la arborele de ieșire a tocătoarei ; $M_{s0}$ — cuplul la mersul în gol tehnologic

$$M_{s0} = \sum_{1}^{n-2} M_{0i} + k_{v_1} n_r^{b_1} + k_{v_2} n_e^{b_2} ;$$

$M_{sa}$ — cuplul datorat aparatului de alimentare

$$M_{sa} = \frac{F_{tr} r_t}{i_1 \eta_1} + \frac{F_{med} r_s^2}{i_2 \eta_2} (f_{str} \sin \alpha + \cos \alpha - 1) \cos \varphi ;$$

$M_{sM}$ — cuplul datorat procesului de mărunțire sau măcinare

$$M_{sM} = \frac{q\,\Omega_r\,R_c^2}{2I}\,(1 + f_{str})\,;$$

$M_{sev}$ — cuplul datorat aparatului de evacuare a furajelor prelucrate

$$M_{sev} = \frac{30\pi\Omega_r q}{n_{pv}}\left[fi_4\,R_0^2\cos^2\alpha_0 + \frac{R_q^2}{i_4\eta_4}\,(1+f)\right] + \frac{F_c\,R_{med}}{i_4\eta_4}\,\mathrm{tg}\,(\alpha+\varphi).$$

Deoarece calculul acestor cupluri se bazează pe numeroși coeficienți, dați în tabele și relații empirice [2]...[6], [10] și a căror explicare ar mări inutil volumul lucrării, în materialul de față se prezintă numai rezultatul acestor calcule. În ipoteza alimentării continui și uniforme cu furaj a tocătoarei și din condiții de productivitate real optimă, valoarea medie a cuplurilor $M_{s0}$, $M_{sa}$, $M_{sM}$, $M_{sev}$ poate fi considerată constantă. În această ipoteză cuplul rezistent static total, redus la arborele de ieșire al tocătoarei, va fi format din două componente: una constantă în timpul procesului de lucru și a doua variabilă cu unghiul de rotație $\theta$ al tobei tocătoare; cu notațiile

$$M_{s0} + M_{sa} + M_{sM} + M_{sev} = M_{0k} = \text{const.} \tag{2}$$

relația (1) ia forma

$$M_{sr} = M_{0k} + M_{st[\tau,h_f,\theta]}, \tag{3}$$

cu $M_{st[\tau,h_f,\theta]}$ — cuplul rezistent static util datorat aparatului de tocat furaje și care se poate determina, fără dificultăți, utilizînd schema echivalentă a aparatului de tocat (fig. 1).

Pentru o tocătoare de caracteristici date ($\tau$ = ct., $R_t$ = ct.), relația cuplului $M_{st}$ poate fi scrisă sub forma [8]... [10]

$$M_{st} = K_{[\tau]}\,\Delta l_{a[\tau,h_f,\theta]}, \tag{4}$$

unde $K_{[\tau]}$ este o constantă de forma [2], [4], [6], [8], [10],

$$K_{[\tau]} = \delta_{[\tau]}\,R_t\cos\tau\,(1 + f'\,\mathrm{tg}\,\tau)\,K_u\,K_c\,, \tag{5}$$

în care $\delta_{[\tau]}$ este forța specifică cu care cuțitul acționează asupra stratului de furaj ($h_f$), m; $R_t$ — raza tobei tocătoare, m; $\tau$ — unghiul de înclinare a cuțitului în raport cu contracuțitul, grade; $f'$ — coeficientul de frecare la alunecare al stratului de furaj de cuțit și contracuțit; tg $\tau$ este coeficientul de alunecare; $\Delta l_{a[\tau,h_f,\theta]}$ — lungimea activă a tăișului cuțitului care ia parte la procesul de tăiere la un moment dat, variabilă în timpul procesului de lucru, m; $h_f$ — înălțimea momentană a stratului de furaj, m; $\theta$ — unghiul de rotație a tobei tocătoare, grade; $K_c$ — un coeficient ce ține seama de uzura cuțitelor, $K_c$ = 1,1 ... 1,3; $K_u$ — coeficient ce ține seama de gradul de umplere a secțiunii gurii aparatului de alimentare, cunoscut și sub denumirea de coeficient de debit [9],

$$K_u = 0{,}45\ldots0{,}85\,; \qquad K_{umed} = 0{,}65\ldots0{,}75.$$

Din analiza relației (3) se constată că o influență majoră asupra cuplului $M_{st}$ o are mărimea și modul de variație a lungimii active a tăișului cuțitului ($\Delta l_a$). Modul de variație a lungimii active determină, de fapt, regimul de funcționare a tocătorilor cu rotorul tip tobă.

Lungimea activă $\Delta l_{a[\tau,h_f,\theta]}$ poate fi determinată funcție de unghiul de rotație $\Delta l_a = f(\theta)$, considerînd în calcule valoarea medie a înălțimii stratului de furaj $h_f = h_{f\text{med}}$. Această valoare corespunde, de fapt, unei tensiuni medii în stratul de furaj. În această situație relația (4) poate fi scrisă sub forma

$$M_{st} = K_{[\tau]}\, \Delta l_{a[\tau]} \,. \tag{6}$$

Pentru determinarea legii de variație a cuplului $M_{st} = f(\theta)$, se utilizează schema echivalentă și caracteristicile geometrice ale aparatului de tocat (fig. 1).

Din studiul și analiza mai multor variante constructive ale aparatelor de tocat furaje, la determinarea cuplului $M_{st} = f(\theta)$ și avînd în vedere dependența $\delta = f(\tau)$, trebuie să se țină seama de următoarele aspecte [2], [4], [6], [8], [10]:

a) $0 \leqslant \tau \leqslant 5$, b) $5 \leqslant \tau \leqslant 10$, c) $14 < \tau < 30$.

Pentru determinarea formei reale a graficului de încărcare este necesară delimitarea zonelor active ale secțiunii gurii de alimentare (fig. 1).

$$\text{Zona} \begin{cases} I & \theta_1 = \dfrac{h_{f_1}}{R_{t_1}}, \quad \theta_I \in [0,\ \theta_1], \\ II & \theta_2 = \dfrac{L \operatorname{tg} \tau}{R_t}, \quad \theta_{II} \in [\theta_1,\ \theta_2], \\ III & \theta_3 = \dfrac{h_f + L \operatorname{tg} \tau}{R_t}, \quad \theta_{III} \in [\theta_2,\ \theta_3]. \end{cases} \tag{7}$$

Valoarea unghiului de rotație $\theta$, corespunzătoare duratei ciclului de funcționare, este

$$\theta_c = \theta_3 + \theta_p = \theta_1 + \theta_2 + \frac{2\pi - n_c\, \theta_3}{n_c} = \frac{2\pi}{n_c} \quad [\text{rad}], \tag{8}$$

în care $\theta_3$ — unghiul de rotație al tobei tocătoare, corespunzător duratei procesului de tăiere a furajelor, rad; $\theta_p = \theta_c - \theta_3$ — unghiul de rotație corespunzător duratei componentei continui a cuplului rezistent static total, rad; $n_c$ — numărul de cuțite montate pe toba tocătoare (rotor).

Procedînd la determinarea legii de variație a cuplului $M_{st}$, corespunzător celor trei zone active ale gurii de alimentare, se obține

$$M_{st_I} = K_{[\tau]} \frac{R_t\, \theta_{Ii}}{\sin \tau}, \qquad M_{st_{II}} = K_{[\tau]} \frac{L}{\cos \tau} = \text{const},$$

$$M_{st_{III}} = K_{[\tau]} \left[ \frac{R_t\, (\theta_1 - \theta_{III})}{\sin \tau} \right]. \tag{9}$$

Cu notațiile $R_t/\sin\tau = K_I$, $L/\cos\tau = K_{II}$, $(h_f + L\,\mathrm{tg}\,\tau)/R_t = K_{III}$, relația (3) furnizează o formă nouă a expresiei analitice a cuplului $M_{sr}$:

$$(10)\ M_{sr} = \begin{cases} K_{[\tau]}\,K_I\,\theta + M_{0k}, & \theta \in [\theta, \theta_1], \\ K_{[\tau]}\,K_{II} + M_{0k}, & \theta \in [\theta_1, \theta_2], \\ K_{[\tau]} \begin{cases} K_I\,[(\theta_1 - \theta_{III})] + M_{0k}, & [\tau \leqslant 10^\circ] \\ K_I\,[(\theta_1 + \theta_2 - \theta_{III})] + M_{0k}, & (\tau > 10^\circ) \end{cases} & \theta \in [\theta_2, \theta_3], \\ & \theta \in [\theta_3, \theta_4]. \end{cases}$$

Reprezentarea grafică a modului de variație a cuplului $M_{sr} = f(\theta)$, pentru diferite valori uzuale ale parametrilor $h_f$, $\tau$, $\delta$, [4], [6], [8], [10] este indicată în fig. 2, 3, 4.

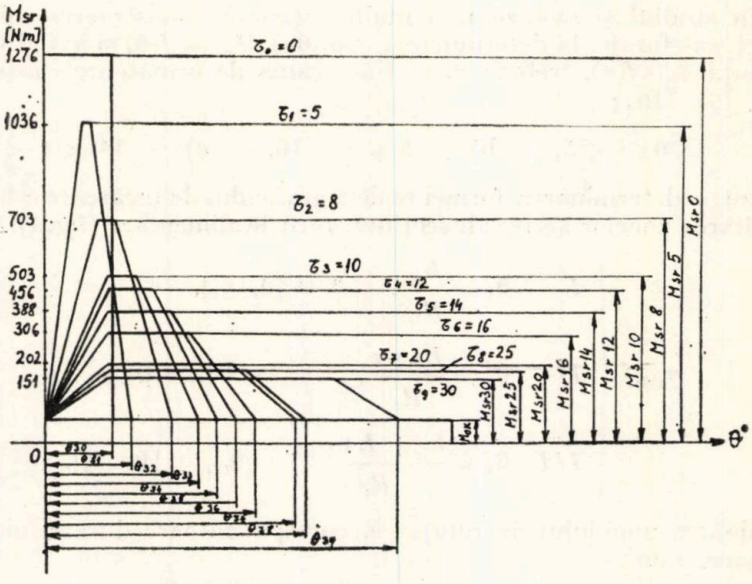



Fig. 2

Din analiza modului de variație a cuplului $M_{sr} = f(\theta)$, pentru condițiile amintite mai sus și corespunzător celor trei zone ale secțiunii orificiului de alimentare (*I*, *II*, *III*), avînd în vedere și procedeul indicat în [9], [10], se constată următoarele: cuplul $M_{sr}$ are o variație liniară de formă trapezoidală. Faza de creștere *I* este din punct de vedere al timpului și al unghiului $\theta$, egală cu faza de descreștere *III*.

Pe zona a *II*-a cuplul $M_{sr}$ păstrează o valoare constantă pentru o durată de timp mai mică sau mai mare în funcție de valoarea unghiului de alunecare $\tau$.

Pe zona a *IV*-a cuplul $M_{sr}$ păstrează, de asemenea, o valoare constantă pentru un timp mai mare sau mai mic în funcție de numărul cuțitelor și de modul lor de montare pe tobă.

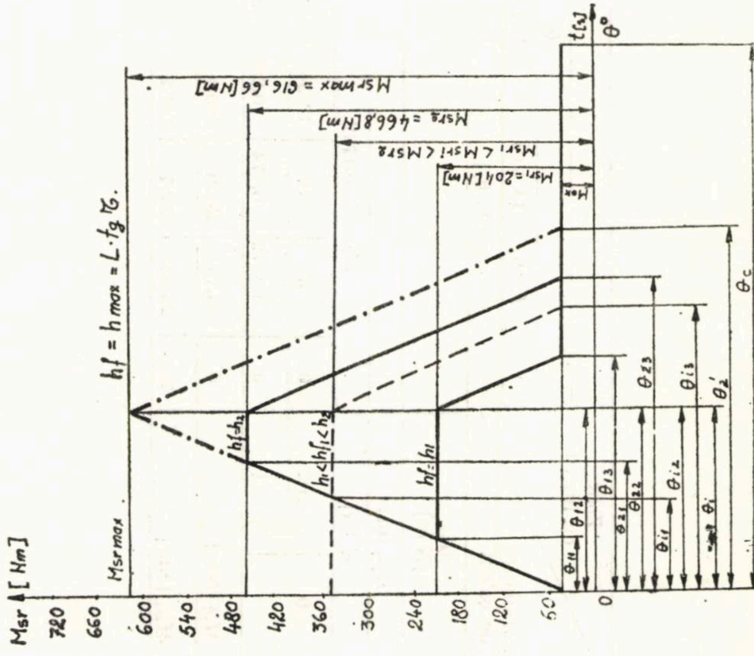

Msr [Nm]
720
660
600
540
480
420
360
300
240
180
120
60
0
Msrmax
hf = hmax = L·tg τ
Msr max = 616,66 [Nm]
Msr2 = 466,8 [Nm]
Msr1 < Msri < Msr2
Msr1 = 204 [Nm]
θc
θ°

Fig. 3

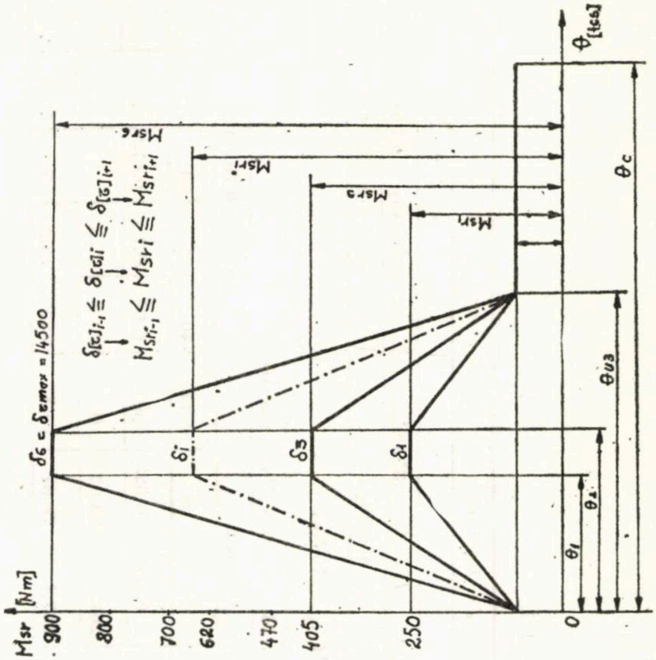

Msr [Nm]
900
800
700
620
470
405
250
0
δ6 = δemax = 14500
δi
δ3
δ1
θ1
θ2
θu3
θc

Fig. 4

**Tabelul 1**

| Zone de lucru / Parametrii de calcul | | $\theta_c = \theta_3 + \theta_p = 60°$ | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\theta_3 = 35°06'$ | | | | | | | | $\theta_p = 24°54'$ | | | | |
| | | *I* ($\theta_1 = 14°54'$) | | | | *II* ($\theta_2 = 20°12'$) | | | *III* ($\theta_3 = 35°06'$) | *IV* ($\theta_p = 24°54'$) | | | | |
| | | $\theta \in [0, \theta_1]$ | | | | $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$ | | | $\theta \in [\theta_2, \theta_3]$ | $\theta \in [\theta_3, \theta_c)$ | | | | |
| $M_{ok}$ [N m] | | $M_{ok1} = 75$ Nm | | | | | | | | | | | | |
| $K_{[\tau]}$ [m] | | $K_{[\tau]} = 1281{,}94$ N, $\delta_{[\tau]} = 7200$ N/m, $\tau = 10°$ | | | | | | | | | | | | |
| $K$ [N] | | $K_I = 1{,}151742$ | | | | $K_{II} = 0{,}304027$ | | | | $K_{III} = 0{,}705442$ | | | | |
| $\theta$ | grd | 0 | 5 | 10 | 14°54' | 14°54' ... 20°12' | 25 | 30 | 35°06' | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
| | rad | 0 | 0,0872 | 0,174 | 0,261 | 0,261 ... 0,352 | 0,436 | 0,523 | 0,610 | 0,697 | 0,785 | 0,872 | 0,96 | 1,046 |
| $M_{s2}$ [Nm] | | 0 | 128,74 | 256,9 | 385,4 | 385,4 | 261,4 | 133,07 | 0 | — | — | — | — | — |
| $M_{sr1}$ [Nm] | | 75,8 | 24,54 | 332,7 | 461,2 | 461,2 | 337,1 | 28,87 | 75,8 | 75,8 | 75,8 | 75,8 | 75,8 | 75,8 |

Din această analiză se constată că modul de variație a cuplului $M_{sr}$ pe arborele tobei tocătoare depinde atît de valoarea forței specifice $\delta$, de grosimea stratului de furaj $h_f$, cît și de valoarea unghiului de alunecare $\tau$.

Pentru a reliefa în mod mai concludent cele arătate mai sus, relațiile stabilite pentru calculului $M_{sr} = f(\theta)$ se aplică la construirea graficului de încărcare, principalii parametri de calcul avînd următoarele valori:

$$L = 0{,}4 \text{ m}, \; h_f = 0{,}052 \text{ m}, \; R_t = 0{,}2 \text{ m}, \; \tau = 10, \; n_c = 6 \text{ buc.},$$
$$n_t = 730 \text{ rot/min}, \; n_v = 1\,000 \text{ rot/min}, \; n_{pv} = 4 \text{ buc.}, \; \delta = 7{,}2\,10^3 \text{ N/m}.$$

Particularizînd relațiile [1]...[10] pentru valorile principalilor parametri dați anterior, se obțin datele necesare trasării graficului de sarcină, prezentate centralizat în tabelul 1.

Graficul de variație a cuplului rezistent static total $M_{sr} = f(\theta)$ este prezentat în fig. 5. Unghiul de alunecare avînd o valoare relativ mică ($\tau = 10$), graficul de sarcină se prezintă sub formă de șocuri pronunțate, valoarea constantă a cuplului maxim fiind de durată mică ($\theta_2 - \theta_1 \ll \theta_c$).

**2. Alegerea motorului electric și a parametrilor sistemului de acționare.** Avînd determinate modul de variație a cuplului static rezistent total considerat la arborele de ieșire a tocătoarei și natura regimului de funcționare, ca fiind de durată cu sarcini variabile în timp (sub formă de șocuri), pentru alegerea motorului electric de acționare se consideră diagrama de încărcare a cuplului rezistent static total redus la arborele motorului de acționare, conform relației [8]

$$(11) \qquad M_{srr} = M_{okr} + M_{str}, \quad \text{unde} \quad M_{srr} = \frac{M_{sr}}{i\eta_{tr}}.$$

Corespunzător condițiilor vitezei de lucru, pentru motorul electric de acționare, se adoptă turația $n_N = 1\,460$ rot/min. În acest caz raportul de transmisie are valoarea $i = n_N/n_t = 2$.

Considerînd $\eta_{tr} = 0{,}96$, atunci $i\eta_{tr} = 1{,}92$, iar $t_i = \frac{\theta_i}{\Omega_t}$ [s], $t_c = \frac{\theta_c}{\Omega_t}$ [s].

Valorile parametrilor astfel calculați, corespunzător duratei unui ciclu de funcționare, sînt date în tabelul 2.

**Tabelul 2**

| $M_{str}$ Nm | 0 | 200 | 200 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $M_{okr}$ Nm | 40 | | | | |
| $M_{srr}$ Nm | 40 | 240 | 240 | 40 | 40 |
| $t_i$ s | 0 | $3{,}4 \cdot 10^{-3}$ | $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ | $8 \cdot 10^{-3}$ | $13{,}7 \cdot 10^{-3}$ |

Diagrama de variație a cuplului rezistent static total redus la arborele motorului electric de acționare se indică în graficul de coordonate $M_{tr} = f(t)$ la scara $K_M = 2{,}6.10^3$ Nm/m, $K_t = 4{,}1.10^3$ s/m (fig. 5).

Diagrama de variație a cuplului rezistent total neputînd fi exprimată printr-o relație analitică ușor accesibilă calculului de alegere a motorului electric de acționare, pentru ușurința calculului, cuplul rezistent total $M_{sr}$, după diagrama din fig. 5, poate fi descris de relația [9]

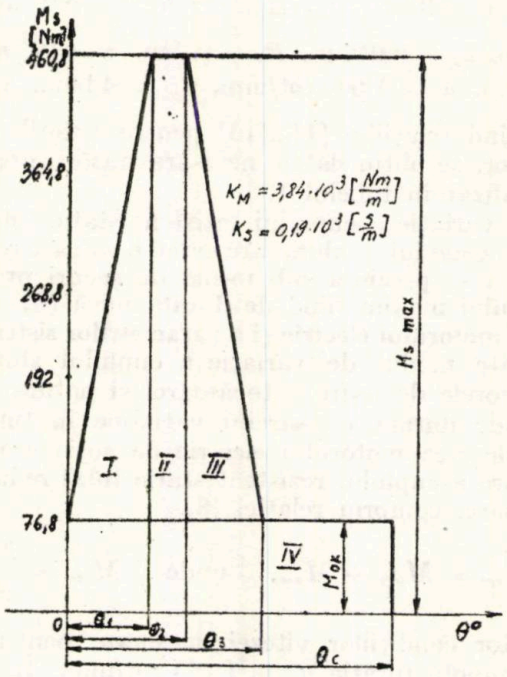



Fig. 5

$$(12)\quad M_{sr}(t) = \begin{cases} \dfrac{M_{sr_1} - M_{okr}}{t_1}\, t + M_{okr} & t \in [0, t_1], \\ M_{sr1(2)} & t \in [t_1, t_2], \\ \dfrac{M_{okr} - M_{sr_3}}{t_3 - t_2}\, t + \dfrac{M_{sr_1} t_3 - M_{okr} t_2}{t_3 - t_2} & t \in [t_2, t_3], \\ M_{okr} & t \in [t_3, t_c], \end{cases}$$

în care $M_{okr}$, $M_{srri}$, $t_1$, $t_2$, $t_3$, $t_c$ au valorile înscrise în tabelul 3.

Tabelul 3

| $M_{okn}$ Nm | $M_{sr1}$ Nm | $t_1$ s | $t_2$ s | $t_3$ s | $t_c$ s |
|---|---|---|---|---|---|
| 40 | 240 | $3,4.10^{-3}$ | $4,6.10^{-3}$ | $8.10^{-3}$ | $13,7.10^{-3}$ |

Înlocuind în (12) valorile cuplurilor și timpilor corespunzătoare intervalelor *I*, *II*, *III*, *IV*, rezultă

$$(13)\quad M_{srr}(t) = \begin{cases} 58\,823{,}529\,t + 40 & t \in [0,\ t_1], \\ 240 & t \in [t_1,\ t_2], \\ -58\,823{,}529\,t + 510{,}8 & t \in [t_2,\ t_3], \\ 40 & t \in [t_3,\ t_c]. \end{cases}$$

Pentru alegerea prealabilă a motorului electric de acționare se mai calculează : a) cuplul mediu static ca medie ponderată

$$(14)\quad M_{sm} = \frac{\sum_1^4 M_{srri}\, t_i}{\sum_1^4 t_i} = 107{,}2 \text{ Nm};$$

b) cuplul echivalent ca radical al valorii medii pătratice a cuplului rezistent static total

$$(15)\quad M_{se} = \sqrt{\frac{\sum_1^4 \int_0^t M_{srr}^2(t)\,dt}{\sum_1^4 t_i}} = 130{,}89 \text{ Nm}.$$

Pentru alegerea tipului de motor se determină raportul

$$(16)\quad \lambda_{xse} = \frac{M_{se}}{M_{sm}} = 1{,}221.$$

Deoarece $\lambda_{xse} = 1{,}221 < \lambda_{se} = 1{,}3...1{,}7$, rezultă că motorul electric de acționare trebuie ales după criteriul încălzirii ($P_N \geqslant P_e$ sau $M_N \geqslant M_e$).

Pentru o alegere preliminară, cuplul nominal se determină cu relația [1]:

$$M_N = 1{,}1...1{,}3\, M_{sm}, \qquad M_N = 1{,}2\, M_{sm} = 128{,}64 \text{ Nm}.$$

Acestui cuplu îi corespunde puterea $P_c = 19{,}66$ kW.

Potrivit destinației, motorul de putere imediat superioară, construit în scară standardizată de puteri, are caracteristicile :

tip ASI—$B_3$—180 *L* × 22 × 1 500 A;

$P_N = 22$ kW, $n_N = 1\,460$ rot/min, $U_N = 380$ V, $I_N = 43{,}98$ A,

$\eta_N = 0{,}895$, $\cos\varphi_N = 0{,}85$, $\lambda_p = 1{,}8$, $\lambda_M = 2{,}2$, $\lambda_I = 7$, $I_m = 0{,}125$ kgm².

*Verificarea motorului ales.* Pentru a verifica motorul ales este necesară construirea curbei de variație a cuplului motor.

În ipoteza că motorul funcționează pe porțiunea liniară a caracteristicii, unde există proporționalitate între alunecări și cuplurile dezvoltate de motor, expresia analitică a cuplului motor, pentru forma graficului de sarcină stabilit, este dată de relația [9] :

$$(17)\quad M_m(t) = \begin{cases} M_{mI}(t) = C_1 e^{-\frac{t}{T_m}} + D_1(t - T_m) + E_1 & t \in [0,\ t_1], \\ M_{mII}(t) = C_2 e^{-\frac{t}{T_m}} + D_2(t - T_m) + E_2 & t \in [t_1,\ t_2], \\ M_{mIII}(t) = C_3 e^{-\frac{t}{T_m}} + D_3(t - T_m) + E_3 & t \in [t_2,\ t_3], \\ M_{mIV}(t) = C_4 e^{-\frac{t}{T_m}} + D_4(t - T_m) + E_4 & t \in [t_3,\ t_4], \end{cases}$$

unde $C_1, \ldots, C_4$, $D_1, \ldots, D_4$, $E_1, \ldots E_4$ sînt mărimi scalare finite, pozitive sau negative, ce depind de forma şi amplitudinea graficului de sarcină, date de

$$D_q = \frac{M_{sq} - M_{sq-1}}{t_q - t_{q-1}}, \qquad E_q = \frac{M_{sq-1} t_q - M_{sq} t_{q-1}}{t_q - t_{q-1}},$$

$$a_q = \frac{M_{sq} - M_{sq-1}}{t_q - t_{q-1}} - \frac{M_{sq+1} - M_{sq}}{t_{q+1} - t_q},$$

în care

$$a_1 = \frac{M_{sr1} - M_{0k}}{t_1} = \frac{M_{sr1} - M_{0kr}}{t_2 - t_1} = 58{,}82.10^3,$$

$$a_2 = 58{,}82.10^3, \quad a_3 = -58{,}82.10^3, \quad a_4 = -58{,}82.10^3,$$

$$D_1 = 58{,}82.10^3, \quad D_2 = 0, \quad D_3 = -58{,}82.10^3, \quad D_4 = 0;$$

$$E_1 = 40, \quad E_2 = 240, \quad E_3 = 510{,}58, \quad E_4 = 40.$$

Constantele $C_1 \ldots C_4$ pot fi determinate din relaţia

$$C_q = \frac{T_m}{1 - e^{-\frac{t_n}{T_m}}} \left( a_1 e^{\frac{t_1 + t_n}{T_m}} + a_2 e^{\frac{t_2 + t_n}{T_m}} + \ldots + a_{q-1} e^{\frac{t_{q-1} + t_n}{T_m}} + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}} \right),$$

$$n = 1,\ 2,\ 3,\ 4,$$

unde $T_m$ este constanta electromecanică de timp a sistemului de acţionare electrică care se determină cu

$$(18)\qquad T_m = J_{red} \frac{\Omega_0 s_n}{M_N} = 1{,}12 \frac{157.0{,}0266}{143{,}9} = 32{,}5 \cdot 10^3 \text{ s}.$$

Particularizînd relaţia (17) pentru fiecare zonă de lucru a graficului de sarcină *I*...*IV* se obţin valorile cuplului de pe curba de încărcare a motorului, centralizate în tabelul 4. Curba de variaţie a cuplului motor este reprezentàtă pe graficul de sarcină cu linie întreruptă (fig. 6).

**Tabelul 4**

| $M_{mi}$ Nm | 105,98 | 109,98 | 119,757 | 112,485 | 106,21 |
|---|---|---|---|---|---|
| $t_i$ s | 0 | $3{,}4 \cdot 10^{-3}$ | $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ | $8 \cdot 10^{-3}$ | $13{,}7 \cdot 10^{-3}$ |

Pentru calculul cuplului echivalent mediu pătratic, pe fiecare interval al diagramei de încărcare, porțiunile de curbă de pe diagrama cuplului motor se pot aproxima prin drepte.

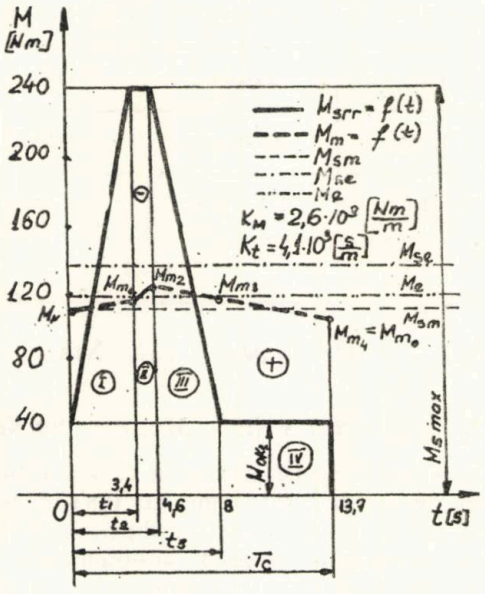



Fig. 6

Calculul se efectuează cu relația [1], [3], [5]

$$M_{eq} = \sqrt{\frac{M_{mi}^2 + M_{mi+1}^2 + M_{mi+1}}{3}}. \tag{19}$$

a) Condiția de verificare la încălzire cere să fie satisfăcută relația

$$M_e = \sqrt{\frac{\sum_1^4 M_{eq}^2 t_q}{\sum_1^4 t_q}} \leqslant M_N, \tag{20}$$

unde $M_{eq}$ este un cuplu mediu corespunzător fiecărui interval $I...IV$ în raport cu curba cuplului motor; rezultatele calculului sînt prezentate în tabelul 5.

Comparînd valorile din tabel rezultă

$$M_e = 113{,}2 \text{ Nm} < M_N = 143{,}9 \text{ Nm}. \tag{21}$$

b) Pentru verificarea la suprasarcină se impune ca cuplul maxim de pe curba cuplului motor să fie mai mic sau cel mult egal cu cuplul maxim dezvoltat de motor în ipoteza că se admite o cădere de tensiune $\Delta U \leqslant \leqslant 15\%\ U_N$ ($\Delta U = 10\%\ U_N$).

Tabelul 5

| Zona de lucru | *I* | *II* | *III* | *IV* |
|---|---|---|---|---|
| $M_{mi}$ Nm | 105,91 ; 109,98 | 109,98 ; 119,757 | 119,757 : 112,485 | 112,485 ; 106,21 |
| $M_{eq}$ Nm | 108 | 114,96 | 115,8 | 109,1 |
| $M_{eq}^2$ $N^2m^2$ | 11 664 | 13 325,6 | 13 456,4 | 11 881 |
| $t_q$ *s* | $3,4 \cdot 10^{-3}$ | $1,2 \cdot 10^{-3}$ | $3,4 \cdot 10^{-3}$ | $5,7 \cdot 10^{-3}$ |
| $M_e$ Nm | 113,2 | | | |

$$M_{\max(m)} = 0,9^2 \lambda_M M_N = 257,8 \text{ Nm},$$

deci

$$M_{\max(m)} = 257,8 \text{ Nm} \ll M_{m(2)} \cong 120 \text{ Nm}. \tag{22}$$

Deoarece cel mai mare cuplu necesar a fi dezvoltat de motor pentru acoperirea diagramei de sarcină este egal cu $0,84M_N$ și cum motorul de acționare, din dotare, poate dezvolta un cuplu maxim de $2,2\ M_N$, se poate conchide că motorul lucrează în regim de subîncărcare.

**3. Concluzii.** 1. Din punctul de vedere al acționării, tocătorile cu rotorul tip tobă, pentru tocat furaje fibroase și grosiere, se comportă ca mașini de lucru cu regim de funcționare cu șocuri de sarcină și de durată, deci cu un grad pronunțat de neuniformitate a funcționării. Din acest motiv se recomandă ca numărul de cuțite montate pe toba tocătoare să fie maxim (6, 8).

2. Datorită valorii mari a momentului de inerție axial al sistemului de acționare, valoarea cuplului echivalent al motorului electric $M_e$ este apropiată de cea a cuplului mediu static ponderat $M_{sm}$ .

3. Analiza formei graficelor de încărcare reliefează faptul că tocătorile cu rotor tip tobă pot fi acționate de același tip de motor electric.

4. Deoarece constantele fizice ale materiei prime de prelucrat au valori mult acoperitoare, calculele de proiectare conduc în final la o supradimensionare a motorului electric de acționare. Stabilirea definitivă a puterii motorului electric de acționare trebuie făcută pe baza încercărilor experimentale (potrivit mai mică, de exemplu $P_{Nrec} = 17$ *k*W, $M_N = 112,8$ Nm, $M = 113$ Nm).

*Primită la 10 decembrie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de acționări electrice*

BIBLIOGRAFIE

1. Boțan N. V., *Bazele calculului acționărilor electrice.* Ed. tehn., Buc., 1970.
2. Căproiu M., *Mașini și instalații zootehnice.* Vol I + II, Litografia Inst. polit. Timișoara, 1968.

3. Фоменков А. П. *Электропривод сельскохозяственых машин агрегатов и поточных линии.* Изд. „Колос", Москва, 1973.
4. Мельников С. В. и.с., *Механизация животноводческих ферм.* Изд. „Колос", Мдсква, 196 .
5. Назаров Г. И. *Основы элгктропривода и применение электрическои энергии в сельском хозястве.* Изд. „Колос", Москва, 1972.
6. Резних Н. Е., *К. теория барабаного измеличянские-свырящего апарата силосониорочного комваина.* Тракторы и сельхозмашины, *9*, 1964.
7. Tașcă Gr., Pricop Tr., *Tendințe noi în acționarea mașinilor de lucru din agricultură și zootehnie.* Lucr. științifice, Bul. Inst. Agronomic Iași, 1972.
8. Tașcă Gr., *Unele considerații asupra cinematicii și dinamicii acționării electrice a tocătoarei de furaje TMS—6M.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVII (XXI)**, *3—4*, s. IV (1971).
9. Tașcă Gr., *Studiul acționărilor electrice a tocătorilor cu rotorul tip tobă.* Colocviul Național de Acționări electrice, 21—23 decembrie 1972.
10. Vrany Z., *Rozbor silovych a energetickych pomeru na nozovem bubnu rezacek.* Zemedelska technika, **17 (XLIV)**, *1* (1971).

## CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE CINÉMATIQUE ET DYNAMIQUE DES ÉQUIPEMENTS ÉLECTRIQUES POUR LES OUTILLAGES À HACHER ET MOUDRE LES FOURAGES

(Résumé)

L'étude cinématique et dynamique des équipements électriques pour les outillages à hacher et moudre les fourages permet à l'auteur de dégager des critères pour le meilleur choix de la puissance du moteur électrique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 620.178

# CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA UZURII OȚELURILOR ÎN MEDII ABRAZIVE

DE

V. NECULĂIASA

**1. Considerații generale privind uzura abrazivă.** Procesul de uzură a organelor de lucru ce vin în contact cu un mediu abraziv, se produce prin interacțiunea neîntreruptă a suprafeței în frecare cu particule dure.

Intensitatea și caracterul uzurii abrazive a metalelor depinde de însușirile mediului, duritatea stratului superficial în frecare, precum și de condițiile de interacțiune a particulelor dure cu suprafața în frecare.

Cea mai mare influență asupra uzurii o au particulele de nisip cu dimensiuni mai mari de 0,02 mm [1], precum și conținutul acestora în masa de bază.

În mediile abrazive ca sol, pământ, minereu, materiale de construcții etc., există particule ce au durități foarte mari (tabelul 1) [2]. O parte din aceste durități depășesc cu mult duritatea anumitor constituenți structurali din oțeluri (tabelul 2).

**Tabelul 1**

*Microduritatea diferitelor materiale ce se găsesc în medii abrazive* [2]

| Materialul | Microduritatea daN/mm² | Materialul | Microduritatea daN/mm² |
|---|---|---|---|
| piatră de var | 135...180 | cremene | 1 000 |
| dolomit | 200 | cvarț | 1 080 |
| microclinc | 325...415 | cvarțit | 1 130 |
| ortoclaz | 720 | topaz | 1 500 |
| calcedonie | 925 | corund | 2 300 |

Într-o serie de lucrări [1]...[4], [7] s-a stabilit că uzura abrazivă este posibilă numai în cazul cînd duritatea granulelor abrazive este mai mare decît duritatea stratului superficial supus uzurii. Odată cu modificarea raportului dintre duritatea abrazivului și a materialului se schimbă și dependența dintre rezistența la uzură și duritatea materialului [2]. Raportul

Tabelul 2

*Microduritatea diferiților constituenți structurali din oțeluri*

| Constituentul structural | Microduritatea daN/mm² | Constituentul structural | Microduritatea daN/mm² |
|---|---|---|---|
| ferită | 120... 150 | carbură de Fe | 1 000 |
| perlită plastică | 200... 350 | carbură de W | 1 730 |
| austenită, cementită | 700... 800 | carbură de V | 2 094 |
| martensită | 700...1 300 | carbură de Cr | 1 300 |

de 1,6...2,0 între duritatea abrazivului și a metalului supus uzurii reprezintă punctul unde începe dependența curbilinie între rezistența la uzură și duritate.

În condiții reale de exploatare a pieselor supuse uzurii abrazive, datorită acțiunii concomitente și a altor factori (oxidare etc.) se semnalează uzură și în cazul cînd duritatea particulelor abrazive este mai mică decît cea a metalului.

În cazul general, mărimea uzurii $U$ a unui aliaj în frecare cu un mediu abraziv, este dată de relația

$$U = \frac{1}{b H_M^n} \quad [g] \text{ sau } [mm], \tag{1}$$

în care $b$ este un coeficient ce depinde de intensitatea uzurii, $H_M$ — duritatea aliajului în frecare, $n$ — indice ce depinde de raportul dintre duritatea abrazivului și a aliajului.

**2. Metodica și materialele încercate.** Pentru fiecare material ce lucrează în medii abrazive, trebuie să existe o duritate optimă la care uzura este minimă. Uzura minimă, respectiv duritatea optimă a aliajelor folosite la construcția organelor de lucrat solul, pămîntul, sau minereul, se poate determina numai prin încercări laborioase în laborator, pe mașini specializate pentru acest scop, pe care se pot reproduce condițiile din exploatare.

În cadrul Laboratorului de mașini agricole de la Institutul politehnic Iași, a fost construită o mașină de încercări la uzură în medii abrazive [5], pe care se pot efectua încercări pe model. Metodica de încercare și forma probelor sînt consemnate în lucrările [1], [6]. Mediul abraziv folosit la încercările corespunzătoare acestei lucrări are compoziția granulometrică prezentată în tabelul 3. Presiunea pe suprafața de frecare s-a menținut la valorile de 0,03 MN/m² și 0,05 MN/m², la vitezele de 0,91 m/s, 1,74 m/s și 2,36 m/s, iar umiditatea mediului abraziv de 6%.

Au fost încercate epruvete executate din următoarele oțeluri : OLC 45, OLC 60, 65 M 10, arc 5, OSC 12, C 120 și L 53, tratate termic. Compoziția chimică a acestor oțeluri este prezentată în tabelul 4.

Pentru micșorarea erorilor care pot să apară, pe mașina de încercări au fost montate și încercate simultan cîte 5 probe din materiale și unghiuri diferite, cu o permanentă combinare a acestora.

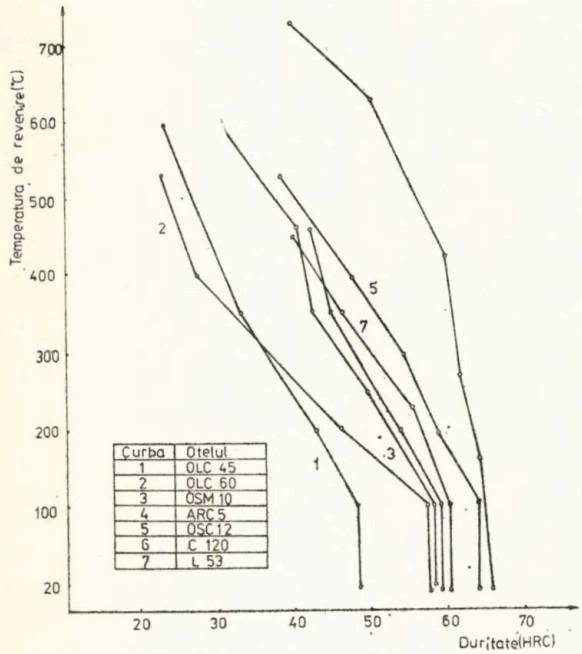



Fig. 1

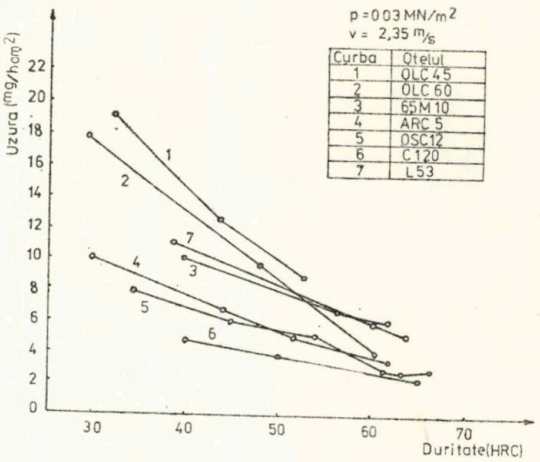



Fig. 2

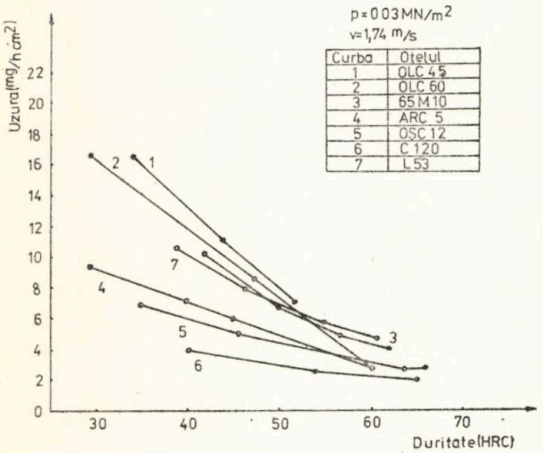



Fig. 3

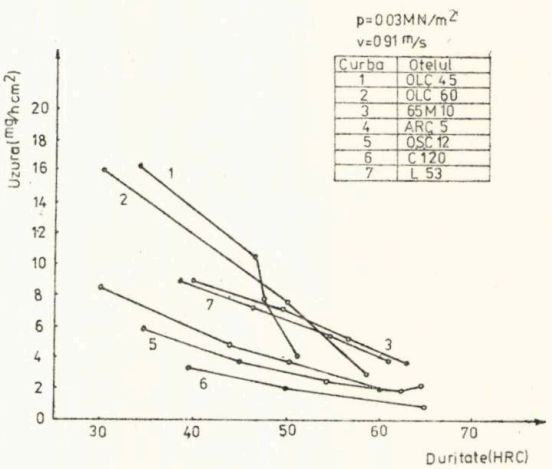



Fig. 4

Tabelul 3

*Compoziția granulometrică a mediului abraziv folosit*

| Ø > 1 | 1...0,4 | 0,4...0,2 | 0,2...0,02 | 0,02...0,01 | 0,01...0,002 | Ø < 0,002 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3,82 | 9,93 | 51,5 | 31,7 | 0,64 | 0,538 | 1,630 |

Tabelul 4

*Compoziția chimică a oțelurilor încercate*

| Marca oțelului | Compoziția chimică, % | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | C | Mn | Si | Cr | S | P |
| OLC 45 | 0,42...0,49 | 0,5 ...0,8 | 0,17...0,37 | — | max 0,04 | max 0,04 |
| OLC 60 | 0,57...0,65 | 0,5 ...0,8 | 0,17...0,37 | — | max 0,04 | max 0,04 |
| 65 M 10 | 0,6 ...0,7 | 0,9 ...1,2 | 0,17...0,37 | — | max 0,04 | max 0,035 |
| arc 5 | 0,47...0,55 | 0,60...0,90 | 1,50...2,0 | max 0,3 | max 0,03 | max 0,04 |
| OSC 12 | 1,15...1,25 | 0,15...0,35 | 0,15...0,35 | max 0,2 | max 0,03 | max 0,023 |
| C 120 | 1,80...2,2 | max 0,3 | max 0,3 | 11...13 | max 0,03 | max 0,03 |
| L 53 | 0,52 | 0,70 | 0,14 | — | max 0,04 | max 0,04 |

După tratamentul termic, oțelurile prezentate în tabelul 4 capătă o duritate ce variază ca în fig. 1. La toate oțelurile folosite se observă că revenirea la temperatura de 100°C, sau la o temperatură apropiată de aceasta, nu duce la o modificare a durității lor față de situația cînd nu sînt revenite. Odată cu creșterea temperaturii de revenire peste 100°C, duritatea se micșorează.

**3. Rezultate experimentale.** Uzura abrazivă a probelor construite din oțelurile cuprinse în tabelul 4, exprimată în mg/h.cm², variază cu duritatea. Cu creșterea durității uzura se micșorează (fig. 2—5). Diagramele prezentate în aceste figuri corespund diferitelor viteze de mișcare a probelor și unghiuri de la vîrful acestora. Curbele arată că odată cu creșterea durității pînă la 57...58 HRc, uzura scade rapid. Această scădere se poate considera liniară. Remarcăm că aceeași dependență se obține și în cazul încercărilor pe abrazivi fixați [3].

Ținînd seama de dependența liniară dintre uzură și duritate, se poate scrie o relație generală în care se face legătura între uzuri și durități, astfel :

$$U = U_n - (H - H_n) \operatorname{tg} \alpha, \tag{2}$$

în care $U_n$ — este uzura oțelului în stare normalizată ; $H_n$ — duritatea oțelului în stare normalizată ; $H$ — duritatea oțelului după diferite tra-

tamente termice; $\alpha$ — unghiul format între dreapta ce indică variaţia uzurii abrazive şi axa durităţii (pentru acelaşi mediu abraziv folosit la încercări, unghiul $\alpha$ variază cu compoziţia chimică a oţelurilor).

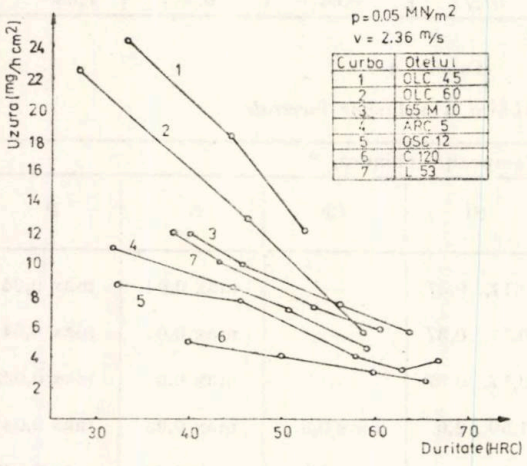



Fig. 5

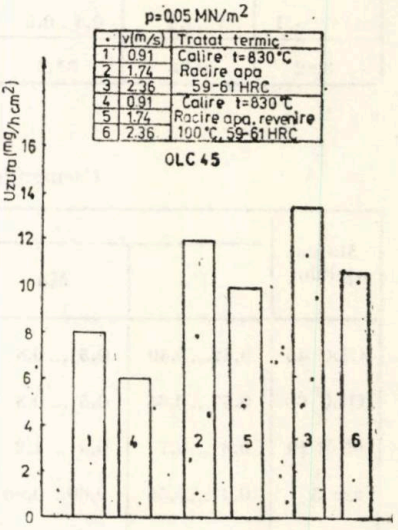



Fig. 6

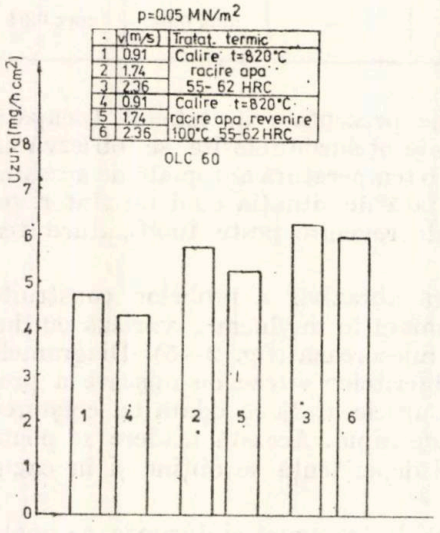



Fig. 7

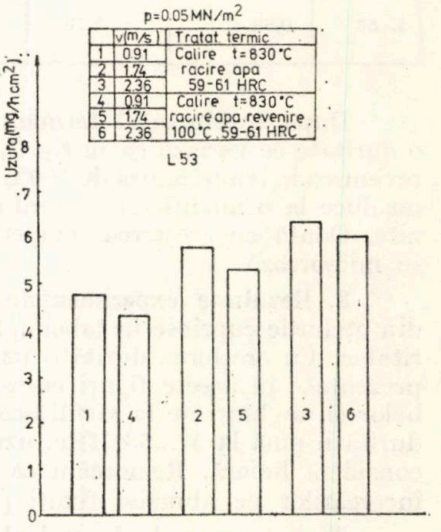



Fig. 8

În cazul durităţilor mai mari de 57...58 HRc, ritmul de scădere a uzurii, cu creşterea durităţii, se micşorează. La unele oţeluri, cu creşterea durităţii peste 58 HRc, uzura poate chiar să crească, datorită sfărîmării stratului superficial.

Scăderea ritmului uzurii, cu creșterea durității peste 58 HRc, se explică prin aceea că în această situație scade diferența dintre duritatea granulelor abrazive și duritatea aliajelor.

Oțelul 65 M 10 și oțelul L 53 folosit în URSS la executarea brăzdarelor de plug, care au aproximativ același conținut de carbon (tabelul 4), dar se deosebesc prin procentul de Mn și Si, au valori ale uzurii abrazive foarte apropiate.

Dintre toate oțelurile încercate, uzura cea mai mică o prezintă oțelul C 120 care are un procent mare de carbon (1,8...2,2% C) și un procent foarte mare de crom (11 ... 13%).

La aceeași duritate a oțelurilor încercate, uzura este diferită. Aceasta justifică afirmația că, în general, compoziția chimică a oțelurilor este factorul esențial ce determină mărimea uzurii abrazive. Dacă în structura oțelurilor se află carburi dure, uzura se micșorează foarte mult la toate durițățile obținute după tratamentul termic. Micșorarea uzurii abrazive cînd în structura oțelurilor se află carburi, se datorește faptului că acestea au durități deosebit de mari (tabelul 2).

Din încercările efectuate, mai rezultă și faptul că, deși prin călire fără revenire se obține o duritate aproape egală cu aceea de la călire cu revenire la temperaturi foarte joase (fig. 1), uzura oțelurilor călite fără revenire este mai mare ca a acelora călite și revenite la temperaturi joase. Acest fapt rezultă foarte bine din fig. 6...8, în care se prezintă valoarea uzurii abrazive la o serie de oțeluri în situația de călire și revenire la 100°C.

Uzura oțelurilor călite și revenite la 100°C este mai mică decît a oțelurilor călite din cauză că, în urma călirii, oțelul devine foarte fragil și cu tensiuni de ordinul II mari în stratul superficial, care favorizează mărirea uzurii. În același timp, martensita de călire este lipsită de plasticitate și mai fragilă decît martensita de revenire.

Diferența între uzura oțelurilor în stare călită și în stare călită și revenită la o temperatură ce se află în jur de 100°C, poate să atingă proporția de 30%.

**4. Concluzii.** Ținînd seama de rezultatele încercărilor la uzură în medii abrazive prezentate în lucrarea de față, rezultă că tratamentul termic aplicat oțelurilor influențează în mod hotărîtor valoarea uzurii în medii abrazive. Cu creșterea durității obținute prin tratamentul termic, uzura se micșorează. Uzura minimă se obține atunci cînd oțelurile sînt călite și revenite la o temperatură joasă ce se află în jur de 100°C.

*Primită la 2 octombrie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Laboratorul de mașini agricole*

## BIBLIOGRAFIE

1. Neculăiasa V., Teză de doctorat, Inst. polit Iași, 1974.
2. Тененбаум М. М., *Износостойкость конструкционных материалов и деталей машин при абразивном изнашивании*. Машиностроение, М., 1966.
3. Хрущов М. М., Бабичев М. А., *Абразивное изнашивание*. Изд. «Наука», Москва, 1970.
4. Wellinger K., Uetz H., *Gleiverschleiss Spürverschleiss, Stahlverschleiss unter der Wirkung von körnigen Stoffen*. VDI Forschungsheft, *449*, 1955.

5. Neculăiasa V., *Mașină de încercări la uzură în medii abrazive.* Brevet invenție nr. *51508*/1967.
6. Crudu I., Neculăiasa V., Neagu C., *O metodologie de studiu a uzurii organelor de lucrat solul de la mașinile agricole.* Cercetări agronomice în Moldova, *1*, (1974).
7. Ткачев В. Н., *Износ и повышение долговечность деталеи машин.* Машиностроение, Москва, 1971.

## RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LE PHÉNOMÈNE D'USURE DANS LES MILIEUX ABRASIVS

(Résumé)

Sur une installation d'essais de conception originale, ont été effectués des études systématiques sur le processus d'usure abrasive pour quelques aciers.

On établie l'influence de la durité des aciers traités thermiquement sur le processus d'usure et on détermine l'optimum pour ces traitements thermiques au but de minimiser l'usure.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

У.Д.К. 621.43.01

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТАНОЛА КАК ТОПЛИВО ДЛЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

МИРЧА ЗУГРЭВЕЛ, РАДУ ГАЙДЖИНСКИ, ВИРДЖИЛ ДЖЮРКЭ, КОНДРАТ-АДРИАН ХОМУТЕСКУ, Н. ВАСЗКИЕВИКЗ и Д. ПАША

1. **Введение**. Применение алкоголей в общем и метанола в частности в качестве топлива для автомобильных двигателей знакомо с давних пор, практические результаты известны ешё с 30-х годов [1], но, позже, исследования в этой области были прерваны. После 1974 г., в условиях увеличения озабоченности для рационального использования всех энергетических рессурсов и экономии топлива нефтяного происхождения, среди работ посвящённых разработке и использованию новых топлив для двигателей внутреннего сгорания, исследования применения метанола в качестве двигательного топлива принело новое быстрое развитие [2] ... [5]. Речь идёт о применении химически чистого метанола [3], [4], смесей метанола с бензином [5], или отбросного метанола, содержащего и другие горючие вещества, и даже и негорючие жидкости (вода), полученые в результате процессов химической промышленности [6].

Вопрос применения метанола в качестве топлива для автомобильных двигателей можно разсмотреть с многих точек зрения. В перспективе будущего, одновремённо с организованием пройзводства в промышленном масштабе в этой цели, метанол можно считать одним из заменителей жидкостных топлив нефтяного происхождения. В ближайшей перспективе, когда находится в распоряжении как побочный продукт или в отбросных смесях как результат процессов химической промышлености, метанол можно применять чистым или в смеси с бензином, в качестве топлива для современных карбюраторных двигателей. С другой точки зрения, и мы того же мнения [7], метанол хорошо соответствует необходимым требованиям предьявляемым горючим в широком смысле слова многотопливного двигателя, способным исспользовать различные нефтяные и синтетические топлива. Такой многотопливный двигатель должен быть произведен от современного поколения двигателей, без нарушения актуальных технологий и линий производства. Двигатель, по размерах и динамическим свойствам, должен хорошо приспособляться к современным автомобилям и легко переходить от одного топлива к другому, например, от бензина к химически чистому метанолу, к отбросному метанолу, или к смесям метанола с другими алкоголями или разными углеводородами.

Итак, применение метанола в качестве топлива для двигателей внутреннего сгорания нужно развивать в свете вышеуказаных идей, участвую таким образом в разрешении противоречия между всё более растущими ценами и ограниченностью запасов конвенциональных топлив и ещё неудовлетворительным уровнем современных технологических возможностей делать их более разнообразными и заменить в широком масштабе.

Кроме вышеуказанных технических и экономических аспектов, исспользование метанола в качестве топлива для двигателей внутреннего сгорания представляет преимущества и с экологической точки зрения. Работающие на метаноле двигатели обладают высокими экологическими параметрами, во-первых благодаря меньшей токсичности отрабатывающих газов. Действительно, отрабатывающие газы не содержат свинец, так как метанол имеет высокую антидетонационную стойкость и не нужно его этилировать. Во-вторых, понижается концентрация окиси азота, неперегоревших углеводородов и окиси углерода. Однако, отмечается увеличение содержания альдегидов в выхлопных газах.

В смысле вышеуказаного, провели испытания преследующие нахождение разрешений для использования метанола в качестве двигательного топлива. Преследовалось как можно менше воздействовать на двигатель, изменяя в необходимой мере топливоподающую аппаратуры.

Исследования производили на четырёхтактном, четырёхцилиндровом рядном автомобильном двигателе с искровым зажиганием в 2 500 $см^3$ ; номинальный режим работы которого на бензине характеризовался мощьностью 75 л.с. при скорости в 4 000 оборотов коленчатого вала в минуту.

**2. Карбюрация или впрыск метанола** ? Вопрос выбора системы подачи топлива автомобильным двигателям, когда в качестве топлива применяется и метанол, не возможно разрешать только на основании современных стоймостей фабрикации и содержания в порядке этой топливоподающей аппаратуры, несмотря на то, что стоймости представляют собой важный критерий. Решить алтернативу карбюратор—впрыскивающая система, можно только имея ввиду разнобразные аспекты : назначение двигателя, наличие топлив, технологические возможности, совместимость продуктов сгорания с атмосферой и т.д.

Теоретические и экспериментальные работы проводимые в последних годах показывают, что обе системы подачи топлива – карбюрация и впрыск – можно применять для введения метанола в двигателе и намечают области в которах имеет приоритет одна или другая система топливоподачи, области характеризующиеся типом, цилиндрическим обьёмом и назначением двигателя, степенью интервенции пад серийным двигателем и т.д. Таким образом карбюрация принуждается во всех случаев когда требуется быстрый переход малолитражных двигателей от бензина на метанол. Впрыск метанола принуждается когда преследуется осуществление многотопливных двигателей, в общем более мощьными, и когда переход от одного топлива к другому нужно осуществить через несложные интервенции над топливоподающей системой.

**3. Исследование подачи метанола карбюрацией.** Теоретические и экспериментальные исследования автомобильных двигателей рабо-

тающие на метаноле и на смесях на основание метанола показывают, что для достижения параметров сравнимых с параметрами работающими на бензине двигателей надо привести конструктивные изменения карбюратору.

Низшая теплота сгорания метанола, вследствие наличия в нём химически связанного кислорода, по сравнению с бензином, меньше. Теплота сгорания ниже половиной теплоты сгорания бензина заставляет увеличить примерно в два раза подачу через жиклеров карбюратора, на всех режимах работы. Потому что расчётный выбор размеров систем карбюратора имеет малую точность и принимая во внимание недостаток информации, что касается распыливания и испарения метанола в условиях температур и давлений осуществимые в карбюраторе и во впускном трубопроводе двигатедя, поступили к оптимизации систем карбюратора испытанием двигателя на стенде с гидротормозом. Во время стендовых испытаний были установлены необходимые модификации, для переведения карбюратора на метанол, следующих частей или систем : диаметры жиклеров главной дозирующей системы и системы холостого хода, особенности действия экономайзера и размеры жиглеров и нагнетательных отверстий ускорительного насоса.

Теплота испарения метанола примерно в четыре раза больше теплоты испарения бензина, для польного испарения топлива, создания омогеной смеси и уклонения последующего конденсирования пара во впускной трассе, требует подогревание впусконого патрубка. Для подогревания приспосаблялась теплота отработываемых газов. С этой целью постоили новой впускной патрубок, который играет и роль обмённика теплоты, доставляя теплоту необходимую для испарения метанола.

Изменённые двигатели на метаноле сспытали в лаборатории и на вездеходном автомобиле.

Испытания на стенде преследовали установить энергетические свойства двигателя работающего на метаноле по нагрузочной характеристике и по внешней скоростной характеристики, динамические свойства двигателя, а также дозирующую характеристику карбюратора и качество смеси воздух—метанол с точки зрения испарения.

На рис. 1 приведена нагрузочная характеристика двигателя при 2 500 оборотов в минуту и найбольший крутящий момент, работающего на отбросном метаноле содержащий воду. На рис. 1 приведены также изменения коэффициента избытка воздуха и температуры отработывающих газов поступающих в впускной теплообмённик.

На рис. 2 приведена внешная скоростная характеристика двигателя.

Испытания на автомобиле показывали, что при питание двигателя химически чистом метанолом через карбюратор, впуск двигателя при холодной погоде представляет трудности. Эти трудности исчезают когда применяются отбросные смеси содержащие в основной структуре другие вещества, которые обладают малой теплотой испарения.

Хорошие результаты полученные на двигателе в 2 500 см³ позволили перейти к испытаниям на автомобильных двигателях румынского производства в 1 300 см³, а теперь продолжаются длительные испытания на 75 автомобилях находяшихся в циркуляции в городском транспорте.

Одновремённо, испытании выявили, что искажение смазочного масла происходит медленнее чем в двигателе работающим на бензине и отложения в камере сгорания отсутствуют.

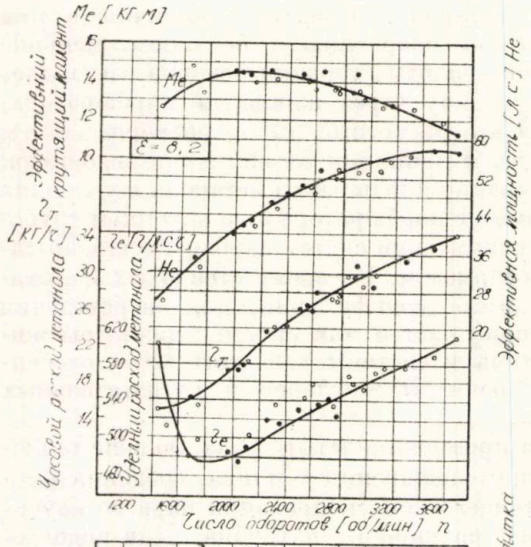



Рис. 1

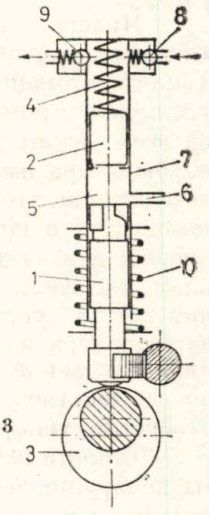



Рис. 3

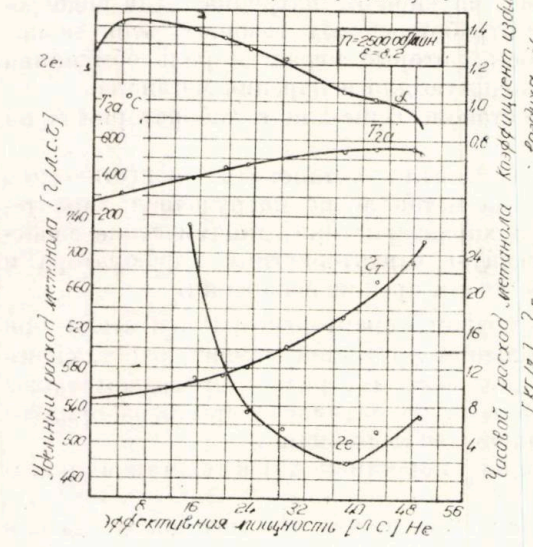



Рис. 2

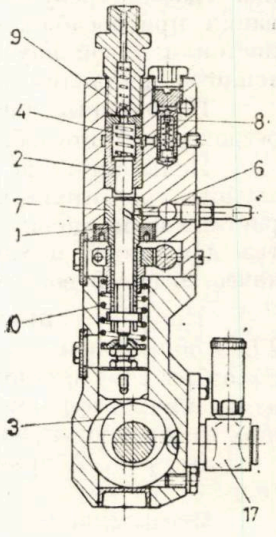



Рис. 4

**4. Исследование подачи метанола впрыском.** Параллельно с исследованием для развития автомобильных двигателей работающих на метаноле, провели теоретические и экспериментальные исследования для создания многотопливных двигателей с искровым зажиганием, которые применяют как топливо, наряду с бензином и метанол.

Основной вопрос впрыска с метанолом, также как и в случае впрыска бензина, заключается в создании топливоподающей аппаратуры способ-

ной впрыскивать жидкости без смазочных качеств. Вопрос разрешили созданием оригинального топливного насоса высокого давления [8], [9], приведеном схематично в рис. 3 и в поперечном сечении через одну из секций нагнетания, в рис. 4.

Топливный насос высокого давления состоит из четырех секций золотникого типа снабжеными соотвествующими разделяющими элементами. Рабочим элементом каждой секции является плунжерная пара, состоящая из плунжера *1* и из гильзы 7. Подъем плунжера осуществляется толкателем, который поднимается эксцентриком *3*, выполненным как одно целое с валом топливного насоса. Между насосным пространством *4* и надплунжерным пространсвом *5* находится разделяющий элемент *2*, который выполняет, во время нагнетания, трансляционое движение. Надплунжерное пространство наполняется маслом принятым из системы смазки двигателя или из специального бака, через отверстие *6* находящиеся в гильзе.

Объем масла перемещённым движением плунжера определяет ход разделяющего элемента и регулируется поворотом плунжера, так как и у обычных впрыскивающих насосов дизелей. Насосное пространство снабжено впускным *8* и нагнетательным *9* клапанами. Ход нагнетания разделящего элемента происходит под действием перемещения буферного масла однажды перемещением плунжера, а ход наполнения происходит под действием пружины *10*, при сбегании ролика толкателя с эксцентрика. Оригинальное решение топливного насоса высокого давления обеспечивает хорошую смазку и малый износ прецизионых пар.

После решения вопроса насоса высокого давления применение неподсредственого впрыска – со своими энергетическими знакомыми преимуществами – поднимает ешё вопросы формы факела распыленного топлива через отверстие распылителя и значит конструкции форсунки, в соотношении с возможностью расположения форсунок на головке цилиндров двигателя. Испытание различных форсунок с многодырчатыми распылителями показало, что метанол надо впрыскивать через форсунки *11* (рис. 5) с не менее чем три струи направенные к поршням *12* двигателя.

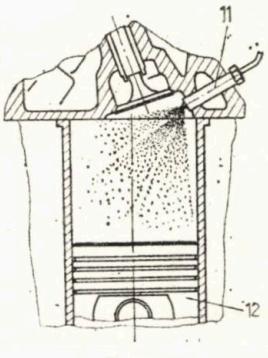



Рис. 5

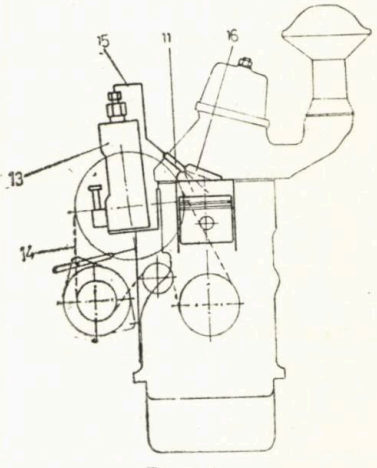



Рис. 6

Расположение топливоподающей аппаратуры на двигателе приведено на рис. 6. Насос высокого давления *13*, смонтированный на блок-картере двигателя, приведен в вращение от коленчатого вала через приводной клиновый зубчатый ремень *14*. Топливо нагнетаемое насосом через топливопровод высокого давления *15* распыливается через форсунку *11* в камере сгорания *16*. Питание насоса высокого давления осуществляется подкачивающим насосом *17* (рис. 4).

Решение вышеупомянутого пакета вопросов позволило двигателям с искровым зажиганием работать со впрыскивой подачей на метаноле в стендовых испытаниях и на вездеходном автомобиле, а также, и в многотопливном режиме, работать и на бензине. Испытании установили, что при работе двигателя на метаноле со впрыскивающей системой питания достигается увеличение мощьности при режиме максимальной нагрузки двигателя и, что по сравнению с питанием с метанолом через карбюратор, впуск двигателя лёгкий, также в холодных условиях.

5. **Выводы**. Осуществлёные нами исследования возможности применения метанола как топливо для автомобильных двигателей установили, что оригинальные разработанные решения, провереные экспериментально, позволяют успешно употреблять метанол как тотальный или частичный заменитель бензина и в особености, как топливо для многотопливных двигателей будущего.

*Поступила в 10.XI. 1977 г.*

*Ясский политехнический институт,*
*Кафедра механоэнергетики*

ЛИТЕРАТУРА

1. Jalbert J., *Le moteur à alcool.* Paris, Dunod, 1944.
2. * * * *Neun Kraftstoffen auf der Spur. Alternative Kraftstoffe für Kraftfahrzeuge.* Bonn, 1974.
3. Schaffrath M., *Nichtkonventionelle Energiesysteme.* MTZ, **35**, *10*, 325—332 (1974).
4. Oblander Eh. K., Abthoff T., Nagel A. B., *Methanol als Alternativkraftstoff für Ottomotoren.* MTZ, **37**, *3*, 113—114, 117 (1976).
5. Lee W., König A., Bernhardt W., *Versuche mit Methanol und Methanol-Benzin-Mischkraftstoffen.* MTZ, **37**, *5*, 181—186 (1976).
6. Zugrăvel M., Gaiginschi R., Paşa D., Filip V., *Utilizarea combustibililor pe bază de metanol la motoarele autovehiculelor de mic litraj.* „Creaţia tehnică şi fiabilitatea în construcţia de maşini", secţia Maşini termice şi hidraulice, partea I, Institutul politehnic Iaşi, 1978, pp. 7—10.
7. Zugrăvel M., Gaiginschi R., Giurcă V., Homutescu C.—A., Waszkiewicz N., Paşa D., Simionescu I., *Studii privind utilizarea metanolului drept combustibil la motoarele cu aprindere prin scînteie.* „Creaţia tehnică şi fiabilitatea în construcţia de maşini", secţia Maşini termice şi hidraulice, partea I, Institutul politehnic Iaşi, 1978, pp. 1—6.
8. Zugrăvel M., Gaiginschi R., Boghici T., *Pompă de injecţie pentru benzină.* Brevet de invenţie R.S. România, nr. *58276*.
9. Zugrăvel M., Gaiginschi R., *Pompă de injecţie pentru benzină.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XXI (XXV), *1—2*, s. IV, 43—46 (1975).

## CERCETĂRI PRIVIND UTILIZAREA METANOLULUI DREPT COMBUSTIBIL PENTRU MOTOARELE AUTOVEHICULELOR

(Rezumat)

Se prezintă rezultatele unor cercetări efectuate în laborator şi pe autovehicule, referitoare la utilizarea metanolului drept combustibil pentru motoarele de mic litraj cu formarea amestecului prin carburaţie sau prin injecţie directă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 621.643

# DER EINFLUSS EINIGER FUNKTIONALEN PARAMETER AUF DEN THERMISCHEN GESAMTINNENWIDERSTAND VON ZWEIPHASIGEN WASSER/KUPFER THERMOSYPHONS

VON

BOGDAN HORBANIUC und RONALD PERETZ

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem thermischen Gesamtinnenwiderstand von zweiphasigen Wasser/Kupfer Thermosyphons im Temperaturenbereich 10°C...100°C, die im Labor der Instituts für Kernenergetik u. Energiesysteme der Universität Stuttgart in der Zeitspanne März-Juni 1979 getestet wurden. Die Versuche wurden gemäß des beim IKE gültigen Laborstandards durchgeführt, mit einer Meßgenauigkeit von $\pm$ 5%.

Für die Thermosyphons (TS) von den Typen AW3 u. BW5, deren geometrischen Abmessungen in Tabelle 1 vorgeführt werden, war Ziel unserer Forschung den Einfluß der Parameter: $m$ — Arbeitsmittelmenge, $\beta$ — Neigungswinkel des Thermosyphons im Gravitationsfeld und $T_{WS}$ — Wärmesenketemperatur auf den thermischen Gesamtinnenwiderstand des TS, bei verschiedenen Werten der Heizbelastung $q$ von Verdampferfläche (bis zum Erreichen der BOILING LIMIT mit $q = q_{max}$) festzustellen. Die Verdampferfläche des Thermosyphons wurde mit veränderlicher Leistung elektrisch beheizt, der Durchfluß des Külhmittels blieb bei allen Versuchen unverändert.

**Tabelle 1**

*Geometrische Abmessungen der getesteten Thermosyphons*

| TS - typ | $l_V$ m | $l_K$ m | $l_T$ m | $\varnothing_{Au}$ mm | $\varnothing_{In}$ mm | $d$ mm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| AW3 und BW5 | 0,16 | 0,16 | 0,15 | 12 | 10 | 11 |

In Tabelle 1 ist: $l_V$—Verdampferlänge, m; $l_K$—Kondensatorlänge, m; $l_T$ — Länge der Transportzone, m; $\varnothing_{Au}$ — Außendurchmesser des Kupferrohres, mm; $\varnothing_{In}$ — Innendurchmesser des Kupferrohres, mm; $d$ — mittlerer Durchmesser des Kupferrohres, mm.

Es wurden die Temperaturen $t_{1,2}$ (gemittelter Wert der Messergebnisse von zwei beim äußersten Verdampferende angebrachten Thermoelementen) und $t_{9,10}$ (gemittelter Wert der Messergebnisse von zwei beim äußerstem Kondensatorende angebrachten Thermoelementen) registriert, jedem $q$-Wert entsprechend.

Der thermische Gesamtinnenwiderstand des TS ist mit Gl. (1) definiert :

$$(1) \qquad R_{i,TS} = \frac{\Delta t}{Q} = \frac{t_{1,2} - t_{9,10}}{Q} \quad [\text{grd/W}], \quad (\text{für } Q \leqslant Q_{max}).$$

Die von dier Verdampferfläche des TS aufgenommene Heizleistung ist :

$$(2) \qquad Q = \alpha_{i,V}\, \pi d l_V\, (t_{1,2} - t_S) \quad [\text{W}],$$

wobei $\alpha_{i,V}$ [W (m² grd)$^{-1}$] — Wärmeübergangszahl von der Wand zum Dampfraum des TS im Verdampfungsprozess ; $t_S$ [°C] — Sättigungstemperatur des Dampfes.

Die von der Kondensatorfläche des TS an die Kühlflüssigkeit abgegebene Heizleistung, ebenfalls $Q$ ist von Gl. (3) beschrieben :

$$(3) \qquad Q = \alpha_{i,K}\, \pi d l_K\, (t_S - t_{9,10}) \quad [\text{W}],$$

wobei $\alpha_{i,K}$ [W (m² grd)$^{-1}$] — Wärmeübergangszahl von dem Dampfraum zur TS-Wand im Kondensationsprozess.

Aus den Gl. (1), (2), (3) folgt

$$(4) \qquad \frac{1}{R_{i,TS}} = \frac{\pi d}{\dfrac{1}{\alpha_{i,v} l_V} + \dfrac{1}{\alpha_{i,k} l_K}} \quad [\text{W grd}^{-1}].$$

Für die TS AW3 und BW5, die sich im Reinigungs- u. Füllungsverfahren unterscheiden, ist $l_V = l_K$ und man kann eine Gesamtwärmeübertragungszahl, $K_{i,TS}$, im Inneren des TS mit Gl. (5) definieren :

$$(5) \qquad \frac{1}{K_{i,TS}} = \frac{1}{\alpha_{i,V}} + \frac{1}{\alpha_{i,K}} \quad [\text{m}^2 \text{grd W}^{-1}].$$

Aus (4) und (5) entnimmt man

$$(6) \qquad R_{i,TS} = \frac{1}{K_{i,TS} S_V} \quad [\text{grd W}^{-1}],$$

wobei $S_V = \pi d l_V$ [m²] — die Wärmeaustauschfläche des Verdampfers ist.

Wir stellten fest, daß sich alle Versuchsergebnisse mit Hilfe der Gl. (7) darstellen lassen :

$$(7) \qquad \frac{1}{R_{i,TS}} = Aq^e + B \quad [\text{W grd}^{-1}] \quad (\text{bei } q \leqslant q_{max}),$$

wobei $A$, $B$, $e$ unterschiedliche Werte von einem Versuch zum anderen haben.

Hier ist $q$ die Heizflächenbelastung des Verdampfers :

$$q = \frac{Q}{S_v} \quad [\mathrm{W\,(cm^2)^{-1}}]. \tag{8}$$

Die Koeffizienten $A$, $B$ und der Exponent $e$ sind Funktionen von den unabhängigen Veränderlichen der Versuche, $m$, $\beta$, $T_{WS}$, sowie auch von anderen unabhängigen Veränderlichen, $P_i$, die uns unausreichend bekannt sind, welche aber einen großen Einfluß auf den Verlauf von $A$, $B$, $e$ ausüben. Zu $P_i$ gehören z.B. : die Zeitspanne zwischen zwei hintereinander durchgeführten Versuchen, die Zeitspanne in der man den TS bei einem gewissen $q$-Wert stationär arbeiten läßt, die Schrittgröße bei der Veränderung von $q$, usw.

Man kann schreiben :

$$A = f_1(m, \beta, T_{WS}, P_i), \tag{9}$$

$$B = f_2(m, \beta, T_{WS}, P_i), \tag{10}$$

$$e = f_3(m, \beta, T_{WS}, P_i). \tag{11}$$

Aus der Analyse einer Anzahl von 60 Versuchen (in jedem Versuch wurde $q$ schrittweise im Bereich $0, \ldots, q_{max}$ verändert) erhalten wir folgende Schlußfolgerungen :

A. Die Werte des Exponenten $e$ befinden sich im Bereich 1,4...2 ; $e$ nimmt öfters den Wert $e = 1{,}7$ an. $e$ ist in fast allen Versuchen von $T_{WS}$ unabhängig, wenn $m$ und $\beta$ festgesetzt sind und von einem Versuch zum anderen $T_{WS}$ variiert wird. Für die wenigen Ausnahmen geben wir den Parametern $P_i$ die Schuld.

B. Der Exponent $e$ hat einen chaotisch schwankenden Verlauf in Abhängigkeit von den Veränderlichen $\beta$ (wenn $m$ festgesetzt) und $m$ (wenn $\beta$ festgesetzt ist), eine Tatsache, die wir ebenfalls dem Einfluß der Unbekannten $P_i$ zuschreiben.

Also ist :

$$e = f_4(m, \beta, P_i) = 1{,}7 \pm \Delta e(m, \beta, P_i), \tag{12}$$

$$\Delta e(m, \beta, P_i) \leqslant 0{,}3, \tag{13}$$

$$\left|\frac{\Delta e}{e}\right| \leqslant 17{,}6\%. \tag{14}$$

Beim TS AW3 nimmt $e$ den Wert 1,7 in 40%, bei BW5 in 68% von den Versuchen an. Die von 1,7 abweichenden Werte haben eine den Wahrscheinlichkeitsgesetzen unterworfene Streuung im Bereich 1,4...2.

Der Koeffizient $B$ variiert im Bereich 1...5,5 bei AW3 und in 1...7 bei BW5. $B$'s Verlauf in bezüg auf $\beta$ ist kontradiktorisch (zick-zack) und man erhält Kurven $B(\beta)$, die verschiedenen Familien angehören, wenn man die fixierten Werte der Parameter $m$, $T_{WS}$ unterschiedlich wählt.

Aus den Gl. (6) u. (7) bemerkt man, daß

$$B = K_{i,TS} S_v \,|_{q \to 0}. \tag{15}$$

$B$ ist also der gesamten Wärmedurchgangszahl im Inneren des TS bei sich dem Wert Null nähernden $q$-Werte, proportional und ist sicherlich zumindest von einigen Veränderlichen $P_i$ abhängig.

Da die Heizbelastung sehr klein ist, entsteht der Wärmeaustausch im Verdampfer durch Konvektion zum Wasserspiegel im Verdampfer, $Q_{Konv}$, sowie durch Verdampfung aus dem vom Kondensator (sehr dünnen) rückkehrenden Film, $Q_E$. Das Verhältnis $Q_{Konv}/Q_E$ ist von $\beta$ u. $m$ abhängig. $\alpha_{t,V_{Konv}}$ ist von $Q_{Konv}$ und $\alpha_{t,V_K}$ von $Q_E$ abhängig. Selbstverständlich gilt: $Q_{Konv} + Q_E = Q$. Der Verlauf von $B(\beta)$ bei festgesetzten Werten von $m$ und $T_{WS}$ erscheint uns auf Grund dieser Bemerkungen, indem man auch den unbekannten Einfluß von $P_i$ berücksichtigt, nicht außergewöhnlich.

Zur Systematisierung der Versuchsergebnisse verwenden wir folgendes Verfahren:

1° wir übersehen in $f_2$ den Einfluß von $\beta$ (was eigentlich gerechtfertigt ist, da beim Kochen auch in großem Volumen die Schwerkraft fast keinen Einfluß ausübt) und die Gl. (10) schreibt sich demzufolge

$$B = f_2(m, T_{WS}, P_i); \tag{10'}$$

2° man betrachtet Variationsbereiche von $m$ und $T_{WS}$ und errechnet den Mittelwert von $B$ in jedem Bereich, sowie die Abweichungen der Einzelwerte vom Mittelwert $\overline{B}$:

$$\left.\begin{matrix} m \in I_m \\ T_{WS} \in I_{T_{WS}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \overline{B}(I_m, I_{T_{WS}}) \text{—Mittelwert von } B \text{ für die Bereiche } I_m \text{ und } I_{T_{WS}}, \\ C_B = \dfrac{B}{\overline{B}} = C_B(m, T_{WS}, P_i) \text{—Korrektionsfaktor der reellen Werte gegenüber dem Mittelwert } \overline{B}. \end{cases}$$

Man bemerkt folgende Tendenzen:

$\overline{B} \searrow$ wenn $m \nearrow$ in allen Bereichen $I_{Tws}$;

$\overline{B} \nearrow$ wenn $T_{WS} \nearrow$ in allen Bereichen $I_m$.

Die höchsten Werte von $\overline{B}$ registriert man bei kleinen Werten von $m$ und großen von $T_{WS}$ (die Verdampfung aus dem Film, bei höherer Temperatur, überwiegt die freie Konvektion zum Wasserspiegel im Verdampfer.)

Der Koeffizient $A$ variiert im Bereich 0,25...1,894 bei AW3 und in 0,307...2,1 bei BW5. Indem man dieselbe Methode wie bei $B$ benützt, erhält man die Resultate in Tabellen 4 und 5.

Man bemerkt folgende Tendenzen:

$\overline{A} \nearrow$ wenn $m \nearrow$, $\overline{A} \nearrow$ wenn $T_{WS} \nearrow$.

Die höchsten Werte für $A$ erhält man bei großen $m$ und $T_{WS}$.

Aus Gl. (7) erhält man:

$$\frac{1}{R_{i,TS}} = C_A \overline{A}\, q^{1.7 \pm \Delta e} + C_B \overline{B} \quad (q \leqslant q_{max}), \tag{7'}$$

wobei

$$\overline{A} = \overline{A}(I_m, I_{T_{WS}}), \quad C_A = C_A(m, T_{WS}, P_i) \in [0{,}45,\ 2{,}7],$$
$$\overline{B} = \overline{B}(I_m, I_{T_{WS}}), \quad C_B = C_B(m, T_{WS}, P_i) \in [0{,}72,\ 1{,}71],$$
$$\Delta e = \Delta e(m, \beta, P_i) \in [-0{,}3,\ +0{,}3].$$

Große Unterschiede in den Variationsbereichen von $A$, $B$, $e$ zwischen AW3 und BW5 wurden nicht festgestellt, woraus zu schließen ist, daß die Reini-

**Tabelle 2**

AW3, $B = 10...86°$

| $m$ [g] \ $T$ [°C] | $5 < T \leqslant 40$ | $20 < T \leqslant 40$ |
|---|---|---|
| $3 \leqslant m < 4{,}9$ | $\overline{B} = —$<br>$C_B = —$ | $\overline{B} = 4{,}75$<br>$C_B = 0{,}84...1{,}16$ |
| $4{,}9 \leqslant m \leqslant 7{,}4$ | $\overline{B} = 1{,}3$<br>$C_B = 0{,}77...1{,}54$ | $\overline{B} = 1{,}75$<br>$C_B = 0{,}57...1{,}71$ |

**Tabelle 3**

BW5, $B = 10...86°$

| m [g] \ $T$ [°C] | $5 < T \leqslant 20$ | $20 < T \leqslant 40$ |
|---|---|---|
| $2 \leqslant m < 4$ | $\overline{B} = 2{,}44$<br>$C_B = 0{,}72...1{,}43$ | $\overline{B} = 4{,}75$<br>$C_B = 0{,}84...1{,}47$ |
| $4 \leqslant m \leqslant 6{,}3$ | $\overline{B} = 1{,}625$<br>$C_B = 0{,}77...1{,}23$ | $\overline{B} = 2{,}55$<br>$C_B = 0{,}78...1{,}57$ |
| $8{,}6 \leqslant m \leqslant 10{,}1$ | $\overline{B} = 1$<br>$C_B = 1$ | $\overline{B} = 1$<br>$C_B = 1$ |

**Tabelle 4**

AW3, $B = 10...86°$

| $m$ [g] \ $T$ [°C] | $5 < T \leqslant 20$ | $20 < T \leqslant 40$ |
|---|---|---|
| $3 \leqslant m < 4{,}9$ | $\overline{A} = —$<br>$C_A = —$ | $\overline{A} = 0{,}307$<br>$C_A = 1$ |
| $4{,}9 \leqslant m \leqslant 7{,}4$ | $\overline{A} = 0{,}557$<br>$C_A = 0{,}45...1{,}99$ | $\overline{A} = 1{,}171$<br>$C_A = 0{,}59...1{,}62$ |

**Tabelle 5**

BW5, $B = 10...86°$

| $m$ [g] \ $T$ [°C] | $5 < T \leqslant 20$ | $20 < T \leqslant 40$ |
|---|---|---|
| $2 \leqslant m < 4$ | $\overline{A} = 0{,}564$<br>$C_A = 0{,}53...1{,}91$ | $\overline{A} = 0{,}574$<br>$C_A = 0{,}53...1{,}61$ |
| $4 \leqslant m \leqslant 6{,}3$ | $\overline{A} = 0{,}468$<br>$C_A = 0{,}76...1{,}32$ | $\overline{A} = 0{,}776$<br>$C_A = 0{,}4...2{,}7$ |
| $8{,}6 \leqslant m \leqslant 10{,}1$ | $\overline{A} = 0{,}687$<br>$C_A = 0{,}67...1{,}34$ | $\overline{A} = 1{,}175$<br>$C_A = 0{,}79...1{,}4$ |

gungs- und Füllungsverfahrenunterschiede auf $A$, $B$, $e$ keinen wesentlichen Einfluß ausübten.

Die Gl. (7′) hat einen besonderen qualitativen Wert: sie zeigt, daß $K_{t,TS}$ (von $\alpha_{t,V}$ bestimmt, weil $\alpha_{t,V} \ll \alpha_{t,K}$) der Heizbelastung des Verdampfers hoch $1{,}7 \pm 0{,}3$ proportional ist. Der Exponent ist von der Wärmesenketemperatur unabhängig. Wenn man diese Gleichung nur flüchtig mit der für das Kochen in großem Volumen von Wasser gültigen:

$$\alpha_{t,V} = Cp_S q^{0,7} \quad (p_S \text{ — Sättigungsdruck, } C \text{ — Koeffizient}) \tag{16}$$

vergleicht, bemerkt man folgendes:

Beim TS ist $p_S$ durch $t_S$ von $q$ direkt abhängig. Also kann man den unterschiedlichen Exponent (1,7 in Gl. (7′) gegenüber 0,7 in Gl. (16)) zumindest teilweise dem direkten Einfluß von $q$ auf $p_S$, der seinerseits, wie bekannt, $\alpha_{t,V}$ beeinflußt, zuschreiben. Bei den Versuchen: $m = 4{,}9$ g, $\beta = 10°$, $T_{WS} = 10/25/40°C$ war Luft im Kondensator des TS. Trotzden wichen die Werte von $A$, $B$, $e$ von den anderen nicht viel ab ($e = 1{,}4$, $A = 1{,}11/1$, $33/1{,}89$, $B = 1/1/1{,}5$) und wurden in der Gesamtbetrachtung der Versuche miteinbezogen. Da Luft im Kondensator $\alpha_{t,K}$ stark verringert, folgern wir, daß allgemein, die Phänomene im Verdampfer die Werte von $A$, $B$, $e$ bestimmen.

*Eingegangen am 10. Oktober 1979*

*Technische Hochschule, Jassy,*
*Laboratorium für Wärmetechnik*

## LITERATURVEZEICHNIS

1. Nguyen – Chi H., Abhat A., *Performance Evaluation of Gravity-Assisted Copper-Water Heat Pipes.* 3rd I.H. P.C., Palo Alto, California, USA, 1978.
2. Nguyen – Chi H., Groll M., Dang – Van Th., *Experimental Investigation of Closed Two-Phase Thermosyphons.* AIAA 14 th Thermophysics Conference, Orlando, Florida, USA, June 4—6, 1979.

## INFLUENŢA UNOR PARAMETRI FUNCŢIONALI ASUPRA REZISTENŢEI TERMICE GLOBALE INTERIOARE A TERMOSIFOANELOR BIFAZICE CUPRU/APA

(Rezumat)

Se prezintă o relaţie empirică de calcul al rezistenţei termice globale interioare a termosifoanelor cupru/apă, dedusă pe baza experienţelor efectuate la Institutul de cercetări nucleare şi sisteme energetice din Stuttgart, R.F.G. Se studiază influenţa unor parametri ca temperatura sursei reci, înclinarea termosifonului în cîmp gravitaţional, cantitatea de agent de lucru, procedeul de curăţire şi de umplere, asupra acestei rezistenţe termice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 621.643

# EINE METHODIK ZUR ÜBERTRAGUNG VON VERSUCHSERGEBNISSEN AUF DIE REELLEN ARBEITSBEDINGUNGEN DER WÄRMEROHRE

VON

RONALD PERETZ

Prüfstände für Wärmerohre sind allgemein nach folgendem Prinzip aufgebaut : als Wärmequelle dient ein auf der Verdampferfläche des Wärmerohres angebrachter elektrischer Heizer, als Wärmesenke ein Kryostat, der ein Kühlmittel bei beliebigen Durchflüßen und Temperaturen liefert. Das Kühlmittel fließt durch einen auf der Kondensatorfläche angebrachten Kühlmantel. Folgende Parameter können verändert werden : die dem WR gelieferte Heizleistung $Q$, die Wärmesenketemperatur $T_{WS}$, der Wärmeübertragungswiderstand vom WR zur Kühlflüßigkeit $R_{WS}$. Der Prüfstand ermöglicht die Untersuchung der Einflüße einiger spezifischen Parameter $P_i$ (wie z.B. : WR - Geometrie, Neigung des WR im Gravitationsfeld($\beta$), Typ und Menge ($m$) des Arbeitsmittels, Reinigungs- und Füllungsverfahren) auf die Arbeitsweise des WR, in Abhängigkeit von der transportierten Wärmeleistung ($Q$ wird schrittweise bis zum Erreichen einer funktionalen Grenze vergrößert.)

Ziel der vorliegenden Arbeit ist, eine Methodik für die Übertragung von Versuchsergebnissen aus dem Labor auf den Fall der Anwendung des WR zum Wärmeaustausch zwischen zwei Wärmeträgern (Verdampfer wird nicht mehr elektrisch beheizt !) vorzustellen. Dies ermöglicht einen zweckmäßigeren Entwurf von WR.

Im reellen Fall treffen wir folgende unabhängige Veränderlichen : $T^R_{WQ}$ — Wärmequelletemperatur im reellen Fall ; $T^R_{WS}$ — Wärmesenketemperatur im reellen Fall ; $R^R_{WQ}$ — Wärmeübertragungswiderstand von der Wärmequelle zur WR-Wand, im reellen Fall; $R^R_{WS}$ — Wärmeübertragungswiderstand von der Kondensatorwand zur Wärmesenke, im reellen Fall.

Für die Laborversuche gelten folgende unabhängige Veränderlichen : $Q^E$ — von Wärmequelle zur Wärmesenke mit dem WR im Versuch übertragene Wärmeleistung ; $T^E_{WS}$ — Wärmesenketemperatur im Versuch ; $R^E_{WS}$ — Wärmeübertragungswiderstand von der Kondensatorwand zur Wärmesenke, im Versuch.

Man bemerkt einen wesentlichen Unterschied zwischen den beiden Fällen : $Q$ ist eine unabhängige Veränderliche in den Labortests, im reellen Fall aber abhängig. Was uns für den reellen Fall eigentlich interessiert,

ist gerade die Möglichkeit, bei einem *gegebenen* WR den $Q$-Wert zu präzisieren unter konkreten Arbeitsbedingungen der unabhängigen Veränderlichen ($T^R_{WQ}$, $T^R_{WS}$, $R^R_{WQ}$, $R^R_{WS}$), wenn wir über Meßergebnisse von Labortests an dem WR verfügen.

Im Folgenden verfolgen wir, eine Gleichung zu finden, in der nur die Arbeitsbedingungen des reellen Falles vorkommen, sowie auch $Q$, die in diesem Fall übertragene Wärmeleistung. Da in dieser Gleichung $Q$ die einzige Unbekannte ist, kann man sie daraus ermitteln und auf das Problem: „Welche ist die in einem gegebenen reellen Fall übertragene Wärmeleistung mit einem gegebenen, im Labor getesteten WR?" die richtige Antwort geben.

Damit sich das WR im reellen Fall genauso wie im Labortest benimmt, sind folgende zwei Bedingungen genügend:

$$T^R_{W,V} = T^E_{W,V}, \tag{1}$$

die mittlere Wandtemperatur des Verdampfers hat denselben Wert im Experiment wie im reellen Fall;

$$T^R_{W,K} = T^E_{W,K}, \tag{2}$$

die mittlere Wandtemperatur des Kondensators hat denselben Wert im Experiment wie im reellen Fall.

Betrachten wir folgende Gleichungen:

$$R^R_{WQ} = (T^R_{WQ} - T^R_{W,V})\,Q^{-1}, \tag{3}$$

$T^R_{WQ}$ ist die mittlere Wärmequelletemperatur im Verdampferbereich des WR;

$$R^E_{WS} = (T^E_{W,K} - T^E_{WS})\,Q^{-1}, \tag{4}$$

$$R^E_{TT} = (T^E_{W,V} - T^E_{W,K})\,Q^{-1}, \tag{5}$$

$R^E_{TT}$ ist der Wärmeübertragungswiderstand des WR; der Wärmeübertragungswiderstand der WR-Wand (radial) und das entsprechende radiale Temperaturgefälle in der Wand des Verdampfers u. Kondensators wurden vernachläßigt.

Es gelten:

$$T^E_{W,V} - T^E_S = \frac{Q}{\alpha^E_{i,V} S^E_V}, \tag{6}$$

$$T^E_S - T^E_{W,K} = \frac{Q}{\alpha^E_{i,K} S^E_K}, \tag{7}$$

wobei: $T^E_S$ — Sättigungstemperatur des WR-Arbeitsmittels, im Versuch; der Wärmeübertragungswiderstand des Dampfes und das entsprechende Temperaturgefälle im Dampfraum vom Verdampfer zum Kondensator, wurden vernachläßigt. Somit ist die Dampftemperatur dieselbe im Verdampfer und im Kondensator; $\alpha^E_{i,V}$ — Wärmeübergangszahl von Wand zum Dampfraum, im Verdampfungsprozess im WR, im Versuch; $\alpha^E_{i,K}$ — Wärmeübergangszahl vom Dampfraum zur WR-Wand, im Kondensationsprozess, im Versuch; $S^E_V$ — Wärmeaustauschfläche des WR-Verdampfers, im Versuch; $S^E_K$ — Wärmeaustauschfläche des WR-Kondensators, im Versuch.

Aus (5), (6) u. (7) entnimmt man :

$$R^E_{TT} = \frac{1}{\alpha^E_{i,V} S^E_V} + \frac{1}{\alpha^E_{i,K} S^E_K}. \tag{8}$$

Wenn die Bedingungen (1) u. (2) erfüllt sind und da es sich um dasselbe WR handelt, gelten :

$$\begin{aligned} &\alpha^E_{i,V} = \alpha^R_{i,V}\,, \quad \alpha^E_{i,K} = \alpha^R_{i,K}\,, \quad R^E_{TT} = R^R_{TT}\,, \quad T^E_S = T^R_S\,, \\ &S^E_V = S^R_V\,, \quad S^E_K = S^R_K\,, \quad Q^E = Q^R\,. \end{aligned} \tag{9}$$

Mit (3), (4), (5) ergibt (1) :

$$T^R_{WQ} - QR^R_{WQ} = T^E_{WS} + QR^E_{WS} + QR^E_{TT}\,(T^E_{W,K}, Q, P_i). \tag{10}$$

Mit Gl. (4) (auch für den reellen Fall gültig), erhält man aus (2) :

$$T^R_{WS} + QR^R_{WS} = T^E_{WS} + QR^E_{WS}. \tag{11}$$

Aus Gl. (10) u. (11) erhält man schließlich

$$T^R_{WQ} - QR^R_{WQ} = T^R_{WS} + QR^R_{WS} + QR^{E,R}_{TT}\,. \tag{12}$$

Die Gl. (12) beantwortet unser Problem : dort erscheinen nur die konkreten Arbeitsbedingungen des reellen Falles ($T^R_{WQ}$, $T^R_{WS}$, $R^R_{WQ}$, $R^R_{WS}$), die gesuchte im reellen Fall übertragene Wärmeleistung $Q$ und $R_{TT}$, der Wärmeübertragungswiderstand des WR der durch Versuche ermittelt wurde und also bekannt ist. Die Unbekannte $Q$ kann aus Gl. (12) ermittelt werden.

Aus den Versuchsergebnissen entnimmt man den Verlauf der Funktion $R^E_{TT}(T^E_{WK}, Q, P_i)$. $P_i$ sind dem WR eigene Parameter (Geometrie, Reinigungs- u. Füllungsverfahrengrößen, Typ und Menge ($m$) des Arbeitsmittels, usw.) $R^E_{TT}$'s Abhängigkeit kann z.B. im Falle der zweiphasigen Wasser/Kupfer Thermosyphons AW3 und BW5, die von uns im Labor des Instituts für Kernenergetik und Energiesysteme der Universität Stuttgart getestet wurden, mit folgender Gleichung beschrieben werden :

$$R^E_{TT} = \frac{1}{AQ^e + B}\,, \tag{13}$$

wobei : $A = A(T_{W,K}, m, \beta)$, $B = B(T_{W,K}, m, \beta)$, $e = e(m, \beta)$; $m$ — Arbeitsmittelmenge, $\beta$ — Neigungswinkel des WR.

Für ein gegebenes WR ($m = m_0$, $\beta = \beta_0$) bleiben $A$ u. $B$ nur von $T_{W,K}$ abhängig und $e$ hat einen festgesetzten Wert

$$A = A_0\,(T_{W,K}), \quad B = B_0(T_{W,K}), \quad e = e_0. \tag{14}$$

Die Funktionen $A_0$ und $B_0$ sind auf Grund der durchgeführten Versuche bekannt. Mit den Gl. (13) u. (14) entsteht aus Gl. (12) :

$$\begin{aligned} &(T^R_{WQ} - T^R_{WS}) - Q(R^R_{WQ} + R^R_{WS}) = \\ &= \frac{1}{A_0(T^R_{W,K} - T^R_{WS} + QR^R_{WS})Q^{e_0-1} + B_0(T^R_{W,K})Q^{-1}}\,; \end{aligned} \tag{15}$$

(15) ist eine Äquation mit der Unbekannten $Q$ und als Parameter die unabhängigen Veränderlichen des reellen Falles ($T^R_{WQ}, T^R_{WS}, R^R_{WQ}, R^R_{WS}$). Gl. (15)

ist graphisch lösbar, indem man ihre erste u. zweite Seite in Abhängigkeit von $Q$ darstellt. Der Schnittpunkt der beiden Kurven ergibt den gesuchten $Q$-Wert. Da $T^R_{W,K}$ von der noch Unbekannten $Q$ abhängig ist (Gl. 4) sind $A_0$ und $B_0$ anfangs noch unbekannt und vorauszusetzen. Nach der Ermittlung von $Q$ sind die neuen entsprechenden Werte für $A_0$ und $B_0$ einzusetzen, die zu einem neuen $Q$ führen. Das Verfahren wird unterbrochen, wenn ein neuer Schritt nicht mehr als zweckmäßig erscheint, da er $Q$ kaum noch verändert.

*Rechenbeispiel.* Mit dem WR AW3, ($m = 6$g und $\beta = 75°$) wird Wärme von einem Heizmittel mit $T_{WQ} = 70°$C und mit einer Wärmeübergangszahl $\alpha_{WQ} = 3\,000$ W/m²grd zu einem Kühlmittel mit $T_{WS} = 25°$C und $\alpha_{WS} = 1\,000$ W/m²grd übertragen. Welche ist die übertragene Wärmeleistung $Q$?

Für diesen Fall haben wir durch Versuche festgestellt (siehe [3]), daß $R_{TT}$ aus folgender Gleichung zu errechnen ist:

$$R_{TT} = \frac{1}{1{,}171 \frac{Q^{1,7}}{S_V^{1,7}} + 1{,}75} \quad [\text{grd/W}]. \tag{16}$$

Hier ist $S_V$ in cm² eingesetzt worden! Das WR AW3 hat $l_V = 16$ cm, $l_K = 16$ cm und $d = 1{,}1$ cm. Damit erhalten wir

$$S_V = S_K = \pi d l_{V,K} = 5{,}53 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 = 55{,}3\ \text{cm}^2. \tag{17}$$

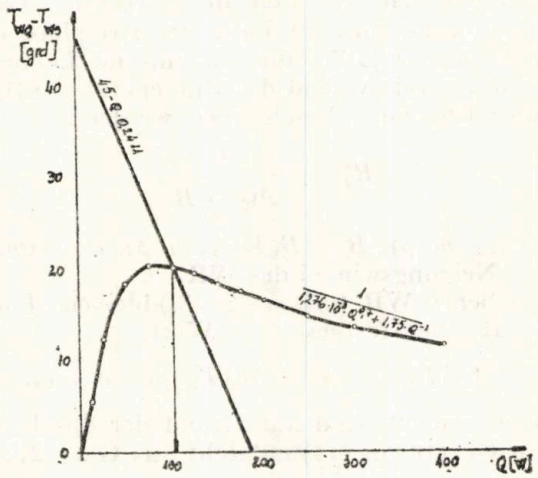



Abb. 1

Mit dem $S_V$ - Wert aus Gl. (17) erhalten wir, mit Hilfe von (16), folgende Werte für $A_0$, $B_0$ und $e_0$ aus Gl. (15):

$$A_0 = 1{,}276 \cdot 10^{-3}, \qquad B_0 = 1{,}75, \qquad e_0 = 1{,}7.$$

Wenn $T_{W,K}$ im Bereich 20...45°C bleibt, sind $A_0$ und $B_0$ zwei Konstanten [3]. Die äußeren Wärmeübertragungswiderstände sind :

$$R_{WQ} = \frac{1}{\alpha_{WQ} S_V} = 6{,}03 \cdot 10^{-2} \text{ grd/W}, \tag{18}$$

$$R_{WS} = \frac{1}{\alpha_{WS} S_K} = 18{,}08.10^{-2} \text{ grd/W}. \tag{19}$$

Indem wir in Gl. (15) die bekannten Werte der Parameter einsetzen, erhalten wir :

$$45 - Q\,0{,}2411 = \frac{1}{1{,}276 \cdot 10^{-3} Q^{0{,}7} + \frac{1{,}75}{Q}}. \tag{15'}$$

In Abb. 1 ist die graphische Lösung der Gl. (15') vorgeführt. Die übertragene Wärmeleistung, von 103 W liegt unter dem Wert der maximalen Wärmeleistung für diesen Fall (die funktionale Grenze liegt bei 725 W). Aus Gl. (4) können wir jetzt auch $T_{W,K}$ ausrechnen :

$$T_{W,K} = 25 + 18{,}08 \cdot 10^{-2} \cdot 103 = 43{,}6°\text{C}. \tag{4'}$$

Daraus schließen wir, daß $A_0$ und $B_0$ richtig gewählt wurden.

Die hier vorgestellte Methode ermöglicht die zwischen zwei Wärmeträgern vom WR übertragene Wärmeleistung vorauszusagen, wenn Versuchsergebnisse von Labortests, wobei das WR unter einem anderen Typ von Randbedingungen arbeitete, bekannt sind.

*Eingegangen am 5. November 1979*

*Technische Hochschule, Jassy,*
*Laboratorium für Wärmetechnik*

## LITERATURVERZEICHNIS

1. Nguyen—Chi H., Abhat A., *Performance Evaluation of Gravity-Assisted Copper-Water Heat Pipes.* 3-rd I.H.P.C., Palo Alto, California, USA, 1978.
2. Nguyen—Chi H., Groll M., Dang—Van Th., *Experimental Investigation of Closed Two-Phase Thermosyphons.* AIAA 14th Thermophysics Conference, Orlando, Florida, USA, 1979.
3. Horbaniuc B., Peretz R., *Der Einfluss einiger funktionalen Parameter auf den thermischen Gesamtinnenwiderstand von zweiphasigen Wasser/Kupfer Thermosyphons.* Bul. Inst. polit. Iași, XXV (XXIX), *3—4*, s. IV (1979).

## METODICA TRANSPUNERII DATELOR EXPERIMENTALE DE LABORATOR PE CONDIȚIILE REALE DE FUNCȚIONARE ALE TUBURILOR TERMICE

(Rezumat)

Se prezintă o metodică de transpunere la cazul real al schimbului de căldură cu tub termic între două fluide, a rezultatelor experimentale obținute la testarea în laborator, în condiții de contur de speță diferită, a tuburilor termice. Procedeul permite prezicerea puterii termice transportate între cele două fluide, rezistența termică globală a tubului termic fiind determinată experimental.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.43.044

# CONSIDERAȚII PRIVIND REALIZAREA UNUI SISTEM DE APRINDERE ELECTRICĂ CU TRANZISTORI ROMÂNEȘTI

DE

TRAIAN VIDRAȘCU, OVIDIU SCUTARU și N. MATEESCU

**1. Considerații generale.** Amestecul aer-combustibil din cilindrul motorului Otto este aprins prin impulsuri de înaltă tensiune, care produc, între electrozii bujiei, o descărcare electrică [1].

Sistemul de aprindere electrică actual, datînd de mai bine de jumătate de secol, este relativ simplu. Prin deschiderea contactelor ruptorului, curentul electric de 3...4 A, care trece prin inductanța primară a bobinei de inducție, se întrerupe în momentul aprinderii ; în primar ia naștere o tensiune de autoinducție de 200...400 V, care este ridicată la 15...30 kV de către bobina secundară [2].

Prin decuplare, contactele ruptorului nu se îndepărtează instantaneu, ci treptat. Tensiunea de autoinducție, care apare la bornele inductanței primare, face să se nască un arc electric între contactele ruptorului ce poate atinge o temperatură de 5 000°C [3]. Ca urmare a acestei încălziri se formează pe contacte un strat de oxid care, în timp, micșorează valoarea inițială a curentului electric. De asemenea, arcul electric transportă material de la contactul legat la polul pozitiv către cel legat la polul negativ. Astfel, în primul contact apare o scobitură, iar pe al doilea o ridicătură [4].

Pentru o funcționare bună a sistemului de aprindere este necesar ca suprafețele ruptorului aflate în contact să fie curate, iar contactele să calce pe toată suprafața lor. Transformarea suprafețelor de contact din plane în punctiforme face să crească rezistența lor electrică și să micșoreze energia acumulată în inductanța primară. Acumularea în timp a faptelor arătate mai sus, face ca motorul să pornească greu la rece, să meargă neuniform în gol, iar la mers rapid arderea să devină incompletă. Puterea motorului scade și crește consumul de combustibil.

Aceste neajunsuri dispar dacă se utilizează sisteme de aprindere cu semiconductori fie de tip inductiv, fie de tip capacitiv.

În lucrarea de față vom studia posibilitatea realizării unui model de sistem de aprindere inductiv, cu tranzistori românești.

**2. Considerații constructive. Aprinderea electrică cu tranzistori.** În [5] s-a arătat că se poate utiliza la bobina de inducție obișnuită un sistem de aprindere cu tranzistori pînă la turații de 7 380 rot/min la motoarele cu 4 cilindri, în 4 timpi. Dar, datorită particularităților specifice, tranzis-

torii trebuie să reziste în stare blocată la tensiunea de autoinducție de 200...400 V, care apare la întreruperea curentului prin inductanța primară.

Tranzistorii de putere cu germaniu au tensiuni de străpungere primară mai mică, de aceea este necesară legarea lor în serie, cu o protecție corespunzătoare.

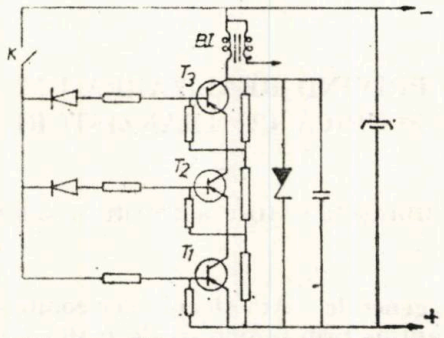



Fig. 1. — Sistem de aprindere electrică cu tranzistori românești.

În [6] și [7] sînt date exemple de scheme cu doi tranzistori utilizați la bobine de inducție reproiectate, avînd inductanțe primare mai mici și parcurse de curenți electrici mai mari. În [5] s-au arătat dezavantajele ce le prezintă aceste sisteme.

Pentru bobinele de inducție obișnuite se pot utiliza trei tranzistori de putere legați în serie, astfel ca suma tensiunilor lor de străpungere în stare blocată să fie de 260...300 V. Schema de principiu a unui astfel de sistem este arătată în fig. 1.

Pentru repartizarea uniformă a tensiunii de autoinducție pe fiecare tranzistor, sînt montați în paralel pe ei rezistorii $R_1,...,R_3$ de rezistență egală. O diodă Zener, sau mai multe legate în serie, limitează tensiunea de autoinducție ce apare, cînd se produce blocarea tranzistorilor, la bornele inductanței primare, la o valoare ceva mai mică decît suma tensiunilor de străpungere primară a celor trei tranzistori.

Funcționarea sistemului rezultă din cele de urmează. La închiderea contactelor ruptorului $K$, prin care trece acum un curent sub 0,5 A, tranzistorii încep să conducă curentul electric prin inductanța primară a bobinei de inducție. La deschiderea lor, curentul este întrerupt datorită comutării tranzistorilor în zona de bocare. La bornele bobinei primare apare, conform legii lui Faraday, datorită variației de flux magnetic, o tensiune electromotoare de autoinducție care este limitată ca valoare de dioda Zener. În bobina secundară apare o tensiune înaltă care este condusă la bujie. Diodele $D_1$ și $D_2$ protejează bazele tranzistorilor $T_1$ și $T_2$ contra valorii mari a tensiunii de autoinducție apărute.

Dacă dioda Zener are o tensiune Zener prea mică, atunci în secundar apare o tensiune care nu poate produce descărcarea electrică între electrozii bujiei. De aceea este necesară alegerea acelor tranzistori $T_1,...,T_3$ care prezintă valori mari pentru tensiunea de străpungere primară. În funcție de circuitul electric în care sînt montați trebuie să fie folosiți acei tranzistori

care au o valoare a tensiunii de străpungere primară, așa cum este definită în [8], în jurul a 100 V.

Sistemul prezentat mai sus înlătură dezavantajele legate de apariția arcului electric de la contactele ruptorului. El asigură o tensiune mare în secundar, chiar pentru turații foarte mici, ceea ce nu se întîmplă în cazul sistemului clasic.

În condiții de laborator el a funcționat perfect cu contacte de alamă oxidată, care nu mai dădeau rezultate prin folosirea într-un circuit electric al unui sistem de aprindere convențional.

Pentru realizarea sa s-au folosit tranzistorii românești ASZ 18, sortați în prealabil.

**3. Concluzii.** Se analizează dezavantajele sistemului de aprindere convențional, cauzate de apariția arcului electric între contactele ruptorului. Prin adoptarea unui sistem de aprindere cu tranzistori, aceste dezavantaje pot dispărea; de aceea se prezintă o schemă de principiu unde se cer tranzistori avînd o tensiune de străpungere primară de circa 100 V. Pentru realizarea sistemului au fost utilizați tranzistorii românești ASZ 18, care întrunesc condiția menționată.

*Primită la 23 octombrie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de fizică*

## BIBLIOGRAFIE

1. Fransua A., Raicu V., *Echipamentul electric al automobilelor*. Ed. tehn., Buc., 1966.
2. Vidrașcu Tr., *Unele observații asupra sistemelor de aprindere electrică*. Bul. de Fizică și Chimie, II, 106 (1978).
3. Nagel K. J., *Transistorzündung für Benzinmotoren*. Radio und Fernsehen, 15, 139 (1966).
4. Rădulescu V., Bratu E., Georgescu I., *Automobilul*. Ed. tehn., Buc., 1968.
5. Bursuc I. D., Vidrașcu Tr., *Considerații asupra sistemelor de aprindere electrică cu tranzistori*. Bul. Inst. polit. Iași, XXIV (XXVIII), *3—4*, s. IV, 67 (1978).
6. Ward B., *Transistor Ignition Systems Handbook*. Howard W. Sams, New York, 1963.
7. Postelnicu Gh., *Echipament electric pentru autovehicule*. Ed. tehn., Buc., 1972.
8. Paul R., *Tehnica măsurării tranzistoarelor*. Ed. tehn., Buc., 1971.

## CONSIDERATIONS CONCERNING THE ACHIEVEMENT OF AN IGNITION SYSTEM WITH ROMANIAN TRANSISTORS

(Summary)

A model of inductive ignition system with Romanian transistors is proposed with a view to improving the performances of the conventional ignition system.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.43.044

# CONTRIBUȚII LA STUDIUL SISTEMULUI DE APRINDERE ELECTRICĂ CU SEMICONDUCTORI DE TIP INDUCTIV

DE

ILIE D. BURSUC și TRAIAN VIDRAȘCU

**1. Introducere.** Instalația de aprindere electrică este unul din elementele cele mai solicitate la autovehicule. De buna ei funcționare depinde promptitudinea cu care lucrează motorul cu ardere internă.

La motoarele cu compresie mare, este necesară atît o tensiune de aprindere mare, cît și o putere de aprindere mare, față de motoarele cu compresie normală, deoarece după legea lui P a s c h e n [1] tensiunea de străpungere a spațiului dintre electrozii bujiei este proporțională cu presiunea din cilindrul motorului.

Analiza tendințelor actuale și de perspectivă a construcției motoarelor cu ardere internă arată că sistemul de aprindere electrică trebuie să asigure o mărire a rezervei de energie și a tensiunii maxime din secundarul bobinei de inducție, concomitent cu asigurarea unei siguranțe ridicate și a unei durabilități mari a întregului sistem.

**2. Aprecieri asupra utilității sistemului de aprindere electrică cu semiconductori în țara noastră.** La multe din țările industrial dezvoltate, industria autovehiculelor are o pondere economică mare, ceea ce atrage după sine o utilizare rațională a rezervelor existente de combustibil.

La noi în țară, în condițiile economisirii rezervelor de petrol, devine necesară utilizarea semiconductorilor în sistemele de aprindere electrică, pentru că numai așa se poate asigura la bujie o scînteie electrică puternică, care aduce o economie de benzină cuprinsă între 5...20% [2], [3].

În [4] se arată că în arcul electric care apare la deschiderea contactelor ruptorului la un sistem clasic de aprindere se pierde circa 72% din energia înmagazinată în cîmp magnetic. Suprimarea arcului electric ar face ca energia să fie restituită în totalitate scînteii electrice. Acest lucru se poate întîmpla numai utilizînd sisteme electrice cu semiconductori.

În [5] s-a arătat că pentru țara noastră se pot utiliza sisteme de aprindere electrică cu tranzistori, adaptate la bobina de inducție actuală a autovehiculului, iar în [6] au fost date observațiile rezultate din experimentarea a două sisteme pe autoturismul Dacia 1300.

Funcționarea ireproșabilă a sistemului de aprindere impune anumite cerințe pe care trebuie să le îndeplinească tranzistorii de putere, utilizați în cadrul sistemului inductiv, pentru a asigura fiabilitatea întregului sistem.

**3. Cerințe solicitate tranzistorilor de putere.** 1°. În cazul sistemului de aprindere, tranzistorul lucrează în regim de comutație, caracterizat printr-o stare blocată și o stare de conducție. Trecerea de la starea blocată la starea de conducție este caracterizată de timpul de comutare directă, iar trecerea de la starea de conducție la starea blocată de timpul de comutare inversă [7].

În [8] sînt date procesele tranzitorii într-un circuit RL la care se aplică o tensiune în impuls dreptunghiular. Se arată că variația curentului într-un circuit inductiv urmează o curbă exponențială în timp cu constanta $t = L/R$.

Dacă considerăm acum că tranzistorul în stare de conducție prezintă rezistența $R$ și că în practică după 3e curentul electric ajunge la valoarea maximă, atunci timpul de comutare directă al tranzistorului $t_d$ trebuie să satisfacă relația

$$t_d \ll 3\frac{L}{R}. \tag{1}$$

Experiențele noastre au arătat că tranzistorii avînd timpul de comutare directă de ordinul a $10^{-5}$ sec. sînt adecvați. Tranzistorii românești din seria ASZ 15—18 satisfac inegalitatea de mai sus.

2°. Comutarea tranzistorului din starea de conducție în starea blocată trebuie să se facă repede, pentru a nu se disipa putere mare pe tranzistor [9]. De aceea timpul de comutare inversă trebuie să fie cît mai mic posibil. După cum se arată în [10] el se micșorează cu atît mai repede cu cît curentul de polarizare inversă a bazei tranzistorului este mai mare. Dar fenomenul celei de a doua străpungeri [11] impune restricții asupra acestui curent, în sensul că un curent prea mare inițiază fenomenul și tranzistorul se poate deteriora.

O evaluare a timpului de comutare inversă $t_i$ se poate face astfel: presupunem că tensiunea dintre colectorul și emitorul tranzistorului este limitată de o diodă Zener la valoarea $V_z$. Atunci, conform legii inducției electromagnetice a lui Faraday

$$V_z = L\frac{\Delta I}{\Delta t} + E, \tag{2}$$

unde $L$ este inductanța primară a bobinei de inducție, $I$ este curentul maxim prin tranzistor și $E$ este tensiunea de alimentare.

Deoarece $\Delta I = I$ rezultă că timpul de comutare inversă trebuie să satisfacă relația

$$t_i \ll L\frac{I}{V_z - E}. \tag{3}$$

Experimental se constată că pot fi folosiți cu bune rezultate tranzistorii care au timpul de comutare inversă de ordinul a $10^{-5}$ sec.

3°. Fiecare tranzistor are o tensiune de străpungere primară, a cărei depășire duce la distrugerea tranzistorului, prin creșterea în avalanșă a

curentului de colector. De aceea se impune ca valoarea tensiunii diodei Zener care protejează tranzistorul să satisfacă condiția

$$V_z < U_{str}. \tag{4}$$

Este evident că tranzistorul care are $U_{str}$ mai mare este mai adecvat într-un sistem de aprindere electrică de tip inductiv [5].

La tensiuni mari de colector, puterea disipată este după [9]

$$P_d = \frac{VI_{c0}}{1-\left(\frac{V}{U_{str}}\right)^n}, \tag{5}$$

unde $I_{c0}$ este curentul tranzistorului blocat, $n = 3$ pentru tranzistorii cu germaniu iar $n = 6$ pentru cei cu siliciu. Această putere crește foarte mult cînd $V \to U_{str}$. De aceea trebuie ca tensiunea diodei Zener să fie mai mică ; pentru a evalua cu cît este necesar se scrie

$$V_z = U_{str} - \Delta V \tag{6}$$

și înlocuind în (5) se obține

$$P_d = \frac{V_z I_{c0}}{1-\left(1-\frac{\Delta V}{U_{str}}\right)^n}. \tag{7}$$

În aplicațiile practice, pentru fiecare tranzistor în parte se află $\Delta V$ punînd condiția $P_d < 1$ W. e exemplu, dacă $U_{str} = 100$ V, putem alege $\Delta V = 10$ V și dacă $I_{c0} = 1$ mA, rezultă pentru un tranzistor cu germaniu $P_d = 0{,}33$ W.

4°. Curentul maxim prin tranzistorul de putere este limitat de fenomenul celei de a doua străpungeri [11]. Acest fenomen poate apărea la tensiuni mici (5...10 V), chiar dacă curentul electric nu a întrecut valoarea maximă indicată în catalog. De aceea se impun restricții asupra curentului de colector, asigurîndu-se totodată o bună răcire a tranzistorului de putere.

5°. Tranzistorul trebuie să aibă o rezistență termică mică, pentru a evacua mai repede căldura dezvoltată în joncțiune și o rezistență mică în starea de conducție pentru ca puterea disipată să nu fie mare. Altfel, tranzistorul se încălzește inutil și în timp, acumularea căldurii ridică temperatura intrinsecă a tranzistorului, ducînd la distrugerea sa prin a doua străpungere.

6°. La un tranzistor în stare blocată, curentul de colector nu este nul, ci are o valoare mică ; el însă crește exponențial cu temperatura. Acest lucru sugerează că tranzistorul utilizat în sistemul de aprindere trebuie să aibă curentul de blocare cît mai mic posibil. Pentru limitarea creșterii sale exponențiale este necesară folosirea blocării active — blocarea tranzistorului cu un curent de polarizare inversă a bazei — care să acționeze și în perioada cît contactele ruptorului sînt deschise.

**4. Concluzii.** 1. Se arată că pentru motorul cu ardere internă actual și viitor este necesar un sistem de aprindere electric care să asigure o mărire a rezervei de energie și a tensiunii de la bujie.

2. În țara noastră se impune utilizarea sistemelor de aprindere electrică cu semiconductori de tip inductiv în scopul economisirii rezervelor de petrol.

3. Se formulează șase cerințe pe care trebuie să le îndeplinească tranzistorii de putere utilizați în sistemul de aprindere electrică, pentru ca acesta să aibă o fiabilitate ridicată.

*Primită la 19 octombrie 1979*

*Universitatea „Al. I. Cuza", Iași,*
*Laboratorul de corp solid*
*și*
*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de fizică*

## BIBLIOGRAFIE

1. Bădărău E., Popescu I., *Gaze ionizate. Descărcări electrice în gaze.* Ed. tehn., Buc., 1965.
2. Aramă C., Șerbănescu A., *Economia de combustibil la automobile.* Ed. tehn., Buc., 1974.
3. Vidrașcu Tr., Bul. Inst. polit. Iași, XXIV (XXVIII), *1—2*, s. IV, 79 (1978).
4. Florio S. A., SAE Journal, *8*, 10 (1964).
5. Bursuc I. D., Vidrașcu Tr., Bul. Inst. polit. Iași, XXIV (XXVIII), *3—4*, s. IV, 67 (1978).
6. Vidrașcu Tr., Bul. Inst. polit. Iași, XXIV (XXVIII), *3—4*, s. IV, 107 (1978).
7. Tănăsescu T., *Circuite cu tranzistoare.* Ed. tehn., Buc., 1961.
8. Spînulescu I., Dima I., Pîrvan R., *Metode electronice în fizica experimentală.* Ed. did. și ped., Buc., 1975.
9. Negreanu D., Automatică și Electronică, *11*, 935 (1967).
10. Sandu D. D., *Electronica fizică.* Ed. Acad. RSR, Buc., 1973.
11. Schafft H. A., Proc. IEEE, 55, 1272 (1967).

## CONTRIBUTION TO THE STUDY OF SOLID STATE INDUCTIVE IGNITION SYSTEM

(Summary)

The paper presents the requirements which the power transistors must obey in order to ensure a good operation of the ignition system.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

У.Д.К. 621.791.94

# ВЛИЯНИЕ РЕЖИМА РЕЗАНИЯ ПРИ ТОРЦОВОМ ФРЕЗЕРОВАНИИ НА СРЕДНИЙ ШАГ НЕРОВНОСТЕЙ ПРОФИЛЯ

КАЗИМИР БОХОСИЕВИЧ

**1. Введение.** Фрезерование плоских поверхностей торцовыми фрезами со вставными твердосплавными ножами типа ROMASCOИ [1] высокопроизводительный метод обработки, обеспечивающий высокое качество поверхности ($R_a = 0{,}2...0{,}3$ мкм), так что можно заменять шлифование плоских поверхностей тонким фрезерованием.

В работах [1], [2] исследовалось влияние режима резания на параметр $R_a$ шероховатости при фрезеровании фрезами ROMASCON некоторых легированных сталей и серого чугуна.

Для технологического обеспечения комплекса параметров шероховатости заданных конструктором на чертеже детали, технологу нужны сведения о влиянии технологических факторов методов обработки на различные стандартизованные параметры шероховатости (и в частности, на средний шаг неровностей).

Задачей данной работы явилось определение влияния параметров режима резания на средний шаг неровностей профиля по вершинам $S_R$ при фрезеровании стали OLC 45 фрезами ROMASCON и вместе с тем, установление корреляционной связи между средним шагом $S_R$ и средним арифметическим отклонением профиля $R_a$.

**2. Методика исследования.** Для определения влияния элементов режима резания на средний шаг неровностей, образцы изготовленные из стали OLC 45 в состоянии поставки (твердость 226 HB) фрезеровались торцовым фрезом ROMASCON Ø 120 мм с 13 зубьями, на вертикально-фрезерный станок FV 32. Зубья фрезы – оснащены пластинами из твердого сплава P30, затачиваемые с зачистными кромками с углом в плане $\varkappa_t = 0°$ (т.е. расположенными параллельно обрабатываемой поверхности).

Подача на зуб фрезы изменялась в пределах $S_d = 0{,}0077$ ...$0{,}097$ мм/зуб, а скорость резания $v = 179...283$ м/мин. Фрезерование проводилось с постоянной глубиной резания $t = 1$ мм.

Средний шаг по вершинам $S_R$ измерялся на профилометре-профилографе мод. 252 завода „Калибр“. Измерения проводили на середине фрезерованной поверхности, параллельно направлению подачи при фрезеровании. В качестве результатов, были приняты средние арифметические значения из 10-и измерений.

**3. Влияние подачи на зуб $S_d$ и скорости резания $v$ на средний шаг $S_R$ неровностей.** На рис. 1 приведена зависимость среднего шага от подачи на зуб $S_d$ при скоростях резания $v = 179$ ; 226,08 ; 282,7 м/мин.

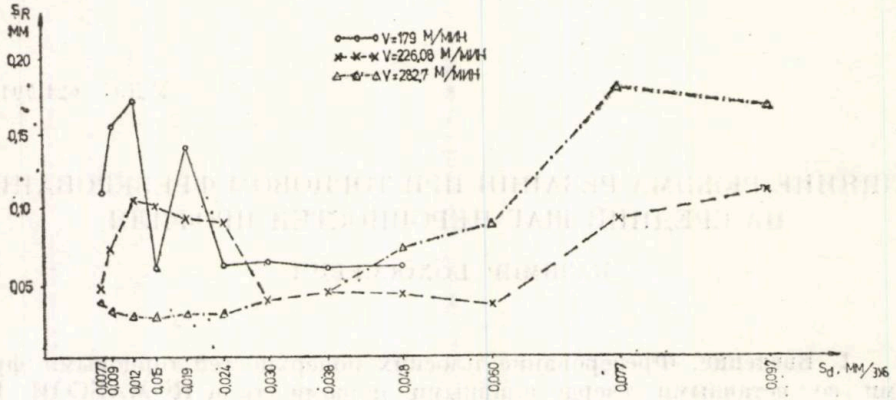



Рис. 1

Из рис. 1 видно, что при скоростях резания $v = 179$ и 226,08 м/мин с увеличением подачи в пределах $S_d = 0{,}0077...0{,}024$ мм/зуб, параметр $S_R$ сначала увеличивается, а затем снижается. В диапазоне подач $S_d = 0{,}03...0{,}048$ мм/зуб, средний шаг $S_R$ остается постоянным и имеет минимальные значения, а увеличение подачи свыше $S_d > 0{,}06$ мм/зуб приводит к резкому увеличению параметра $S_R$.

При скорости резания $v = 282{,}7$ м/мин, параметр $S_R$ остается приблизительно постоянным в диапазоне подач $S_d = 0{,}0077...0{,}0385$ мм/зуб, а затем наблюдается увеличение $S_R$ с увеличением подачи на зуб.

Следует отметить что в интервале варьирования подач $S_d = 0{,}03 ... 0{,}0385$ мм/зуб, как параметр $R_a$ так и средний шаг $S_R$ имеют минимальные значения, для всех скоростей резания (использованных в данной работе).

Что касается влияния скорости резания, то с увеличением скорости $v$ средний шаг $S_R$ уменьшается, особенно при малых подачах. В интервале подач $S_d = 0{,}03...0{,}048$ мм/зуб изменение скорости резания мало влияет на средний шаг неровностей. Наконец, при больших подачах увеличение скорости резания приводит к увеличению среднего шага.

**4. Корреляционная связь между средним шагом $S_R$ неровностей и параметром $R_a$ шероховатости.** Проведенные исследования показали что существует достаточно тесная корреляционная связь среднего шага $S_R$ с параметром $R_a$ [3], [4].

Для установления интенсивности корреляционнои связи $S_R - R_a$ при торцовом фрезеровании, рассчитывалось значение коэффициента корреляции $r$ параметров $x = R_a$ и $y = S_R$, по формуле [5] :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})\,(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}},$$

где : $x_i$, $y_i$ – значения параметров $R_a$ и $S_R$ в $i$-том опыте ; $\bar{x}$, $\bar{y}$ – средние значения параметров $R_a$ и $S_R$ ; $n$ – общее число опытов.

В таблице 1 приведены пары опытных значений ($R_a$, $S_R$) и значения коэффициентов корреляции при трёх сериях опытов ($v$ = 282,7 ; 226,08 ; 179 м/мин).

**Таблица 1**

| $x = R_a$ мкм | $y = S_R$ мм | $x = R_a$ мкм | $y = S_R$ мм | $x = R_a$ мкм | $y = S_R$ мм |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$=282,7 м/мин | | $v$=226,08 м/мин | | $v$=179 м/мин | |
| 0,253 | 0,039 | 0,298 | 0,048 | 1,13 | 0,111 |
| 0,215 | 0,033 | 0,515 | 0,073 | 1,33 | 0,155 |
| 0,195 | 0,030 | 0,774 | 0,104 | 1,18 | 0,172 |
| 0,159 | 0,028 | 0,709 | 0,101 | 0,42 | 0,061 |
| 0,140 | 0,032 | 0,595 | 0,093 | 0,93 | 0,140 |
| 0,156 | 0,031 | 0,511 | 0,090 | 0,66 | 0,063 |
| 0,188 | 0,040 | 0,241 | 0,040 | 0,68 | 0,066 |
| 0,203 | 0,043 | 0,179 | 0,045 | 0,68 | 0,061 |
| 0,406 | 0,073 | 0,186 | 0,044 | 0,77 | 0,062 |
| 0,502 | 0,088 | 0,192 | 0,036 | | |
| 0,759 | 0,179 | 0,55 | 0,092 | | |
| 1,12 | 0,167 | 0,74 | 0,111 | | |
| Значения коэффициента корреляции | | | | | |
| $r$ = 0,9498 | | $r$ = 0,974 | | $r$ = 0,8756 | |

Как видно, между параметрами $S_R$ и $R_a$ имеет место тесная положительная корреляционная связь, близкая к функциональной.

Уравнения эмпирических прямых регресии будут :

$y = 0{,}169\,x + 0{,}0048$ при $v$ = 282,7 м/мин,

$y = 0{,}122\,x + 0{,}017$ при $v$ = 226,08 м/мин,

$y = 0{,}135\,x - 0{,}018$ при $v$ = 179 м/мин.

На рис. 2 представлены эти прямые регресии. Из рис. 2 следует что скорость резания $v$ оказывает некоторое влияние на корреляционную связь между средним шагом $S_R$ неровностей и параметром $R_a$: с увеличением скорости резания, для одного и того же значения параметра $R_a$, можно получить большие средние арифметические значения шага $S_R$.

Этот факт указывает на возможность некоторого управления параметрами $S_R$ и $R_a$ за счёт изменения скорости резания.

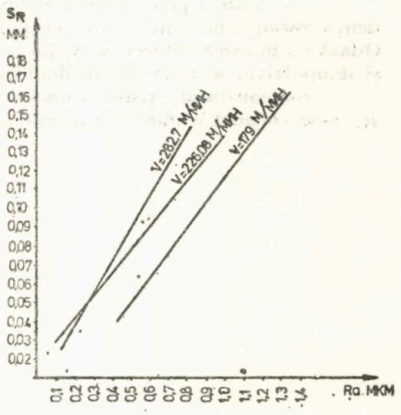



Рис. 2

**5. Выводы.** 1. Проведенное исследование позволило выявить характер немонотонного изменения среднего шага

неровностей $S_R$ в зависимости от подачи на зуб при торцовом фрезеровании фрезами типа ROMASCON. С увеличением скорости резания средний шаг $S_R$ уменьшается ; это совершенно явно особенно при малых подачах. При больших подачах на зуб, напротив, увеличение скорости резания сопровождается увеличением среднего шага.

2. Существует линейная положительная корреляция между параметрами $S_R$ и $R_a$. Параметр $S_R$ монотонно уменьшается с уменьшением параметра $R_a$ шероховатости. Скорость резания влияет на значения коэффициентов регресии. Исследования показали на возможность управления параметрами $R_a$ и $S_R$ путём изменения подачи на зуб и скорости резания при торцовом фрезеровании.

*Поступила в 1 XI 1979 г.*

*Ясский политехнический институт,*
*Кафедра технологии машиностроения*

ЛИТЕРАТУРА

1. Belous V. și colab. *Cercetări asupra calității suprafețelor plane realizate prin frezare cu freze frontale cu dinți demontabili armați, cu ascuțire continuă.* Lucr. ses șt. comune a I.P.I. și I.M. Nicolina Iași, 1974.
2. Belous V. și colab., *Freze cu dinți deși și superdeși pentru prelucrarea rapidă a ghidajelor mașinilor-unelte.* „Creația tehnică și fiabilitatea în construcția de mașini", Secția mașini-unelte, scule și dispozitive, Iași, 1978.
3. Hoffmann P., *Trennung von Welligkeit und Rauheit.* Feingerätetechnik, **18**, *9*, 400 — 404 (1969).
4. Харач Т. М., Эклер Л. И., *Новые стандартные шаговые параметры шероховотости поверхности.* Вестник машиностроения, *4*, 61—62(1974).
5. Todoran I., *Tratarea matematică a datelor experimentale. Funcții empirice.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1976.

## INFLUENȚA REGIMULUI DE AȘCHIERE LA FREZAREA FRONTALĂ ASUPRA PASULUI MEDIU AL RUGOZITĂȚII

(Rezumat)

La frezarea plană a unor epruvete din OLC 45 cu freza tip ROMASCON, s-a pus în evidență variația nemonotonă a pasului mediu al rugozității $S_R$ în funcție de avansul pe dinte. Odată cu mărirea vitezei de așchiere, pasul mediu se micșorează în domeniul avansurilor mici și dimpotrivă, se mărește în domeniul avansurilor mari.

S-a constatat existență unei dependențe corelaționale între pasul mediu $S_R$ și parametrul $R_a$, s-au calculat coeficienții de corelație și s-au determinat ecuațiile dreptelor de regresie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01

# UNELE CONSIDERAȚII PRIVIND CALCULUL ȘI COMPORTAREA ÎN FUNCȚIONARE A MANDRINELOR CU PENE ȘI FĂLCI RADIALE GLISANTE

DE

N. GOJINEȚCHI

Mandrinele care fac obiectul prezentei lucrări (fig. 1) [1]...[3], sînt frecvent folosite ca echipament special sau specializat pentru prinderea pieselor după suprafețe curbe interioare sau exterioare. Ele au în general acționare pneumatică sau hidraulică.

În lucrare se prezintă o relație generală de calcul pentru forța de acționare $Q$ în funcție de forța de strîngere $S$ și parametrii constructiv-funcționali, rezultatele verificării experimentale a acestei relații, unele fenomene caracteristice care apar în funcționare, precum și unele considerații asupra rapoartelor de amplificare ale forțelor realizate de aceste dispozitive.

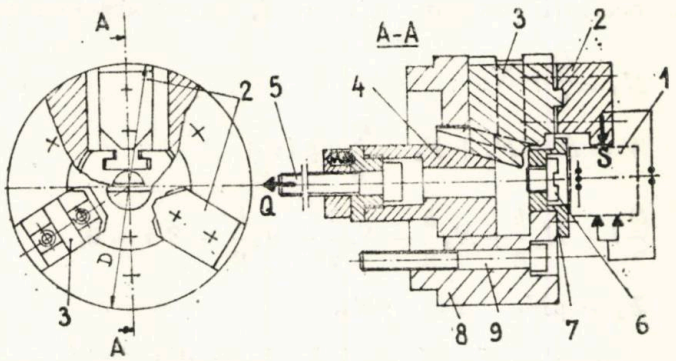



Fig. 1 — *1*—piesa de prelucrat, *2*—fălci schimbabile, *3*—fălci glisante, *4*—pană multiplă, *5*—șurub de legătură cu mecanismul de acționare, *6* — șurub, *7* — capac de protecție, *8* — corp mandrină, *9*—șuruburi de fixare.

Plecînd de la construcția și modul de funcționare al mandrinei din fig. 1 s-a elaborat modelul de solicitare din fig. 2, în care cifrele de poziționare ale elementelor componente au aceeași semnificație ca cele din fig. 1. S-au făcut notațiile : $S$ — forța de strîngere dezvoltată de o singură falcă ; $S_t$ — $nS$ — forța totală de strîngere realizată de mandrină, care se determină

din condiția de stabilitate a piesei în timpul prelucrării [2], [3]; $n$ — numărul fălcilor; $Q$ — forța de acționare a mandrinei, care stă la baza dimensionării mecanismului de acționare; $N_1$, $N_2$, $N_3$, $V$ — reacțiuni asupra fălcii glisante *3*; $F_1 = N_1 \operatorname{tg} \varphi$, $F_2 = \mu N_2$, $F_3 = \mu N_3$ — forțe de frecare; $\varphi$ — unghi de frecare; $\mu$ — coeficient de frecare de alunecare; $\alpha$ — unghiul de înclinare al penei; $h$ — lungimea ghidajului; $a$, $b$, $l$ — dimensiuni constructive caracteristice.

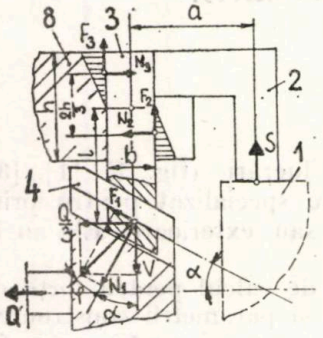



Fig. 2

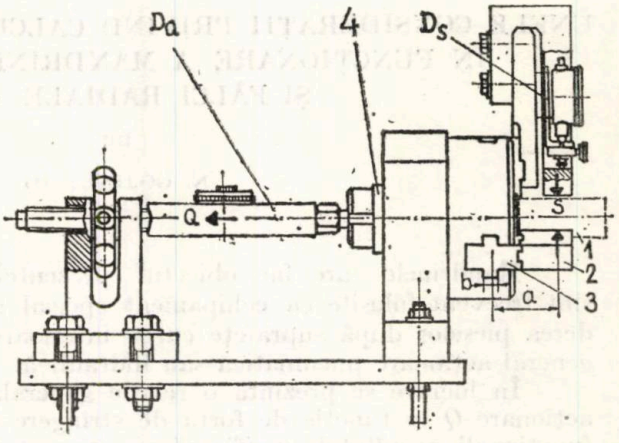



Fig. 3

Din condițiile de echilibru static al ansamblului reperelor *2*, *3*, în momentul realizării forței de strîngere $S$, rezultă sistemul de ecuații:

$$
\begin{aligned}
&N_3 = \frac{Q}{3} + N_2,\\
&V = S + F_2 + F_3 = \frac{Q}{3}\operatorname{ctg}(\alpha + \varphi),\\
&\frac{Q}{3} l + N_2 \frac{h}{3} + N_3 \frac{h}{3} - F_2 \frac{b}{2} + F_3 \frac{b}{2} - S a = 0,\\
&F_2 = \mu N_2, \qquad F_3 = \mu N_3.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Sensul forțelor $N_2$, $N_3$ depinde de relația dintre momentele $Sa$ și $Ql/3$, respectiv de construcția mandrinei. În cazul mandrinei studiate $Sa > Ql/3$ și ca atare forțele $N_2$, $N_3$ vor avea sensurile indicate în fig. 2.

Prin rezolvarea corespunzătoare a sistemului de ecuații (1) se obține relația de calcul a mandrinelor cu 3 fălci, de tipul celor studiate:

$$
Q = 3S \frac{h + 3a\mu}{3\mu l + h \operatorname{ctg}(\alpha + \varphi) + 3\mu^2 \frac{b}{2}}. \tag{2}
$$

Prin extindere se poate obține relația generală de calcul a mandrinelor cu $n$ fălci, care trebuie să realizeze forța totală de strîngere $S_t = nS$:

$$Q = nS \frac{h + na\mu}{n\mu l + h \operatorname{ctg}(\alpha + \varphi) + n\mu^2 \frac{b}{2}}. \tag{3}$$

O relație generală simplificată se poate obține prin neglijarea termenului $n\mu^2 b/2$ avînd în vedere că $\mu < 0{,}1$:

$$Q = nS \frac{h + na\mu}{n\mu l + h \operatorname{ctg}(\alpha + \varphi)}. \tag{4}$$

Pentru mandrinele cu 3 fălci se obține

$$Q = 3S \frac{h + 3a\mu}{3\mu l + h \operatorname{ctg}(\alpha + \varphi)}. \tag{5}$$

Pentru verificarea relației (4) precum și pentru studierea altor fenomene legate de strîngere s-a construit standul din fig. 3 pe care se poate studia modul de funcționare al mandrinei studiate, avînd posibilitatea de măsurare a forțelor $Q$ și $S$.

Semnificația cifrelor de poziționare a elementelor componente principale din fig. 3 este aceeași ca în fig. 1. În plus, $D_Q$ — dinamometru pentru măsurarea forței $Q$, $D_S$ — dinamometru pentru măsurarea forței $S$.

Variațiile forțelor $Q$ în funcție de $S$, determinate experimental $Q_e = Q_e(S)$ și teoretic $Q = Q(S)$, sînt prezentate în fig. 4.

Experimentările făcute permit să se facă următoarele constatări:

1° Curbele teoretice $Q = Q(S)$ și cele experimentale $Q_e = Q_e(S)$ au aceeași alură, fapt care demonstrează corectitudinea relațiilor stabilite; diferența dintre ele poate fi explicată prin neluarea în considerare a unor

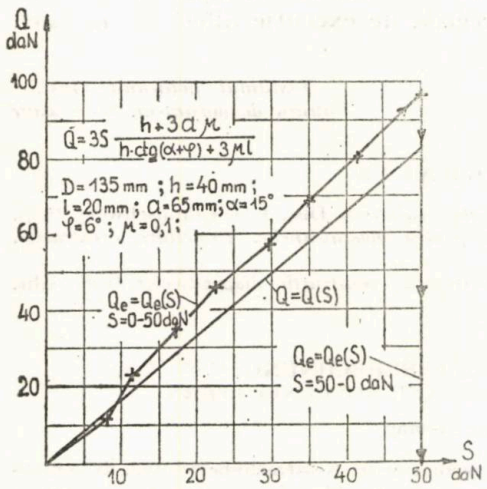



Fig. 4

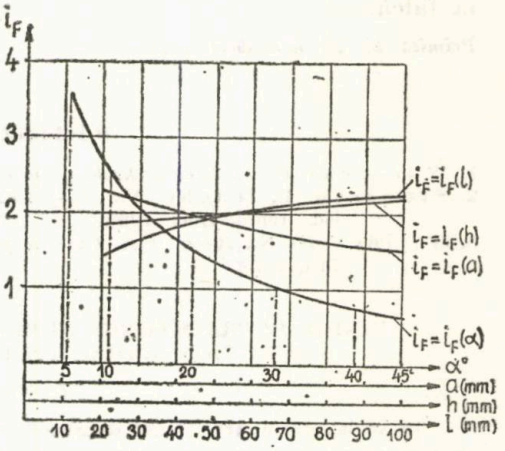



Fig. 5

fenomene suplimentare care apar la strîngere; în această situație se propune corectarea relației (5) cu un coeficient $c = 1{,}13$ care, în cazul studiat, a fost determinat prin prelucrarea datelor experimentale și coroborarea rezultatelor cu cele teoretice; astfel (5) devine

$$Q = 3{,}39\, S \frac{h + 3a\mu}{3\mu l + h \operatorname{ctg}(\alpha+\varphi)}. \tag{6}$$

2° La viteze reduse de deplasare a elementelor mecanismului studiat s-au observat fenomene de stick-slip care influențează asupra strîngerii; se recomandă ca la proiectarea mecanismelor de acționare a acestor mandrine să se prevadă viteze sporite de deplasare a elementelor mecanismului de strîngere.

3° După înlăturarea forței de acționare $Q$, forța de strîngere $S$ se conservă la valoarea maximă obținută; ca atare, mecanismul funcționează în regim de autoblocare, fapt care reprezintă un avantaj, mai ales în cazul acționărilor cu fluid sub presiune, căci mărește securitatea exploatării.

Luînd în considerare relația (5) s-a studiat influența parametrilor constructivi $a$, $h$, $l$, $\alpha$ asupra raportului de amplificare $i_F$ al forțelor realizate de mandrină

$$l_F = \frac{S_t}{Q} = \frac{3\mu l + h \operatorname{ctg}(\alpha+\varphi)}{h + 3a\mu}. \tag{7}$$

Rezultatele studiului sînt sintetizate în diagramele din fig. 5, iar concluziiile sînt:

1. Raportul de amplificare poate fi îmbunătățit prin mărirea lungimii de ghidare $h$, prin care implicit se mărește și parametrul $l$, și prin micșorarea parametrului $a$ și a unghiului $\alpha$.

2. Mărimea parametrului $b$ nu are importanță deosebită asupra raportului de amplificare $i_F$, dar precizia cu care este realizat influențează asupra modului de repartiție a presiunilor de contact și asupra preciziei de poziționare a piesei, mai ales dacă precizia de execuție diferă de la falcă la falcă.

*Primită la 20 noiembrie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mașini-unelte și scule*

## BIBLIOGRAFIE

1. Warnecke H. I., *Grenzdrehzahlen von Dreibackenfuttern*. Dis., T.H. Braunschweig, 1963.
2. Stănescu I., Tache V., *Dispozitive pentru mașini-unelte. Proiectare, construcție*. Ed. tehn., Buc., 1967.
3. Gojineț chi N., Rener A. *Curs de proiectarea și construcția dispozitivelor*. Inst. polit. Iași, 1970.

## EINIGE BETRACHTUNGEN ÜBER DIE BERECHNUNG UND DAS FUNKTIONVERHALTEN DER KEILKOLBENFUTTERN

(Zusammenfassung)

In vorliegenden Arbeit sind dargestellt eine allgemeine Kraftrechnbeziehung, die Ergebnisse der experimentellen Nachprüfung, einige Betrachtungen über die Kraftverstärkbeziehung sowie einige spezielle Phänomene die in der Funktionierung des Keilkolbenfutters erscheinen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXV (XXIX), fasc. 3—4, 1979
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.92

# CONSIDERAŢII PRIVIND ASPECTUL, STRUCTURA ŞI MODUL DE FORMARE A SUPRAFEŢELOR PRELUCRATE LA RECTIFICAREA ELECTROCHIMICĂ-ABRAZIVĂ CU APĂSARE CONSTANTĂ A ALIAJELOR DURE SINTERIZATE PENTRU SCULE AŞCHIETOARE

DE

N. GHERGHEL şi MAGDA GHERGHEL

**1. Introducere.** Aşa cum am mai avut prilejul să arătăm, utilizarea ascuţiri electro-chimice-abrazive, ca principală aplicaţie a eroziunii electrochimice-abrazive, constituie una din cele mai importante tendinţe în tehnologia de execuţie şi în exploatarea sculelor aşchietoare, în special, armate cu plăcuţe din aliaje dure sinterizate (carburi metalice) sau în totalitate din aliaje dure sinterizate.

Această tehnologie modernă de ascuţire şi reascuţire a sculelor aşchietoare s-a impus datorită performanţelor atinse, performanţe care sînt, deja, bine cunoscute. Singurele rezerve în legătură cu procedeul de ascuţire electrochimică-abrazivă sînt legate de costul relativ ridicat al instalaţiilor şi al discurilor abrazive cu diamant (utilizate cu preponderenţă) precum şi de toxicitatea soluţiei de electrolit.

Trebuie arătat că, în cea mai mare măsură, aceste rezerve au fost depăşite şi asistăm la o extindere din ce în ce mai mare a aplicării ascuţirii electrochimice-abrazive, datorită perfecţionărilor continui aduse procedeului, a creşterii posibilităţilor acestuia, a scăderii costului discurilor cu diamante sintetice şi a instalaţiilor de lucru.

Complexitatea procentului de ascuţire electrochimică-abrazivă şi materialul abraziv (cel mai adesea, diamantul) costisitor utilizat, asociate cu cerinţele crescînde în ceea ce priveşte performanţele sculelor ascuţite, au impus cercetarea sistematică a acestui proces. Cu toate că s-a publicat un număr destul de mare de lucrări ce vizează ascuţirea electrochimică-abrazivă, cele cu caracter de cercetare sînt relativ puţine, iar analiza acestora conduce la concluzia că nu s-a ajuns, încă, la o concepţie unitară privind teoria şi practica acestui procedeu modern de prelucrare. În aceste condiţii, oportunitatea continuării cercetărilor, în domeniu, este pe deplin justificată.

Faptul că principala aplicaţie actuală şi de perspectivă, pe plan mondial, a procedeului o constituie ascuţirea sculelor aşchietoare armate cu plăcuţe din aliaje dure sinterizate şi faptul că discurile cu diamant s-au

dovedit a fi cele mai eficiente, iar superioritatea desfășurării procesului cu apăsare constantă este aproape unanim acceptată, justifică cercetarea, în primul rînd, a procesului de ascuțire electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă și cu discuri cu diamant, a sculelor așchietoare armate cu plăcuțe din aliaje dure sinterizate.

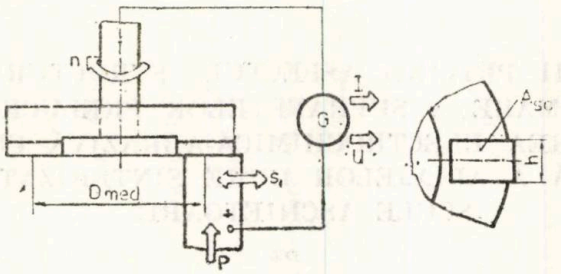



Fig. 1

Utilizarea rațională a procedeului, a dispozitivelor și instalațiilor existente, precum și dezvoltarea în continuare a procedeului și a utilajului aferent, reclamă cunoașterea din ce în ce mai profundă a procesului, avînd în vedere că acesta constituie o tehnologie neconvențională de graniță ce face apel la cunoștințe din fizică, chimie, electrochimie, mecanică, metalurgie fizică, tehnologia materialelor, bazele așchierii metalelor, scule așchietoare, mașini-unelte etc.

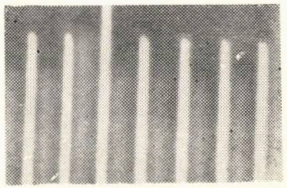
Lucrarea de față se încadrează în această direcție de cercetare cu caracter fundamental și aplicativ și prezintă unele din rezultatele cercetărilor întreprinse în cadrul Catedrei de mașini-unelte și scule a Institutului politehnic din Iași, privind aspectul, structura și modul de formare a suprafețelor prelucrate la rectificarea (ascuțirea) electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă, cu discuri cu diamant de tip oală și avansul longitudinal realizat de masa port-sculă de ascuțit (fig. 1), a aliajelor dure sinterizate utilizate în construcția sculelor așchietoare.

**2. Metodologia de cercetare experimentală.** Cercetările experimentale s-au efectuat la Întreprinderea de rulmenți Bîrlad pe o mașină de tip Agathon 125 SEV—Elveția. Mașina a fost echipată cu un disc cu diamant 125—25—2 D151—EN—75, fabricat la I.M.F. București, iar soluția de electrolit a avut compoziția : 60 l apă încălzită la 70°C, 4,160 kg azotat de sodiu și 1,800 kg sodă calcinată. Drept epruvete s-au utilizat plăcuțe așchietoare din aliaje dure sinterizate U.M.F. București, din grupele de utilizare P10, P20, P30, forma S.P.G.N. 12.03.12. Plăcuțele au fost prinse într-un suport special construit, instalat pe partea de orientare-strîngere a unui dispozitiv special conceput pentru realizarea apăsării constante și pentru măsurarea forței normale reale de așchiere [3]. Acest dispozitiv a fost necesar, deoarece mașina menționată mai sus lucrează cu adîncime de așchiere constantă (avans transversal constant).

Pentru asigurarea recoltării unor date comparabile, reprezentative pentru practică, s-a utilizat metodologia de prelucrare în condiții de contact constante [2]. În vederea evidențierii aspectului, structurii și a modului de formare a suprafețelor rectificate (ascuțite) prin procedeul electrochimic-

**Aliaj dur sinterizat P 20**

$P = 5.2$ daN ; $v = 21{,}61$ m/s; $s_1 = 14$ c. d./min. ; $h = 3{,}5$ mm

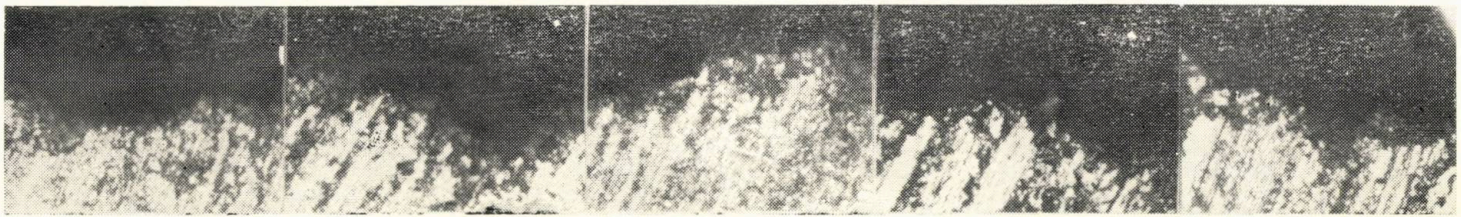


→| |← 0,01 mm

faza electrochimică-abrazivă

$U = 0$ $U = 4$ V $U = 6$ V $U = 8$ V $U = 10$ V

faza I: electrochimică-abrazivă ; faza II: abrazivă



$U = 0$ $U = 4$ V $U = 6$ V $U = 8$ V $U = 10$ V

Fig. 2

abraziv, s-au ridicat fotografii cu ajutorul unui microscop metalografic de tip Neophot 2 – K Zeiss Jena (R.D.G.), din dotarea laboratorului central al I.R. Bîrlad. Menționăm că fotografiile au fost efectuate imediat după prelucrare, fără atac chimic al suprafeței și utilizînd o putere măritoare a microscopului metalografic de 800×.

**3. Rezultate experimentale. Concluzii.** În fig. 2 sînt prezentate o serie de fotografii ce pun în evidență influența tensiunii $U$[V] a curentului electric continuu asupra aspectului, structurii și a modului de formare a suprafețelor prelucrate la varianta de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă luată în studiu, cînd procesul se desfășoară într-o singură fază electrochimică-abrazivă și în două faze, electrochimică-abrazivă și abrazivă. Rezultatele se referă la aliajele dure sinterizate din grupa de utilizare P20 și s-au obținut în condițiile menținerii constante a forței de apăsare $P$ [daN] și deci, conform metodologiei utilizate, și a presiunii de contact $p$ [daN/cm$^2$], precum și a vitezei periferice medii a discului abraziv $v$ [m/s], a avansului longitudinal (de oscilație) $s_l$ [c.d/min.] și a înălțimii suprafeței de contact epruvetă (sculă de ascuțit) — disc abraziv $h$ [mm] fig. 1).

Menționăm, de asemenea, că durata fazei electrochimice-abrazive s-a păstrat constantă, iar numărul de treceri din cadrul fazei finale abrazive de scurtă durată, a fost constant.

Din analiza acestor fotografii, ridicate pentru diferite condiții de lucru și pentru aliaje dure sinterizate din diferite grupe de utilizare, s-a constatat că suprafețele rectificate (ascuțite) electrochimic-abraziv au o structură caracteristică disociată, datorită disocierii anodice diferențiate a părților componente ale materialelor respective [1], [5], [6]. După cum se cunoaște, cobaltul, ce constituie liantul aliajelor dure sinterizate, se disociază cel mai ușor și, ca atare, dacă procesul s-ar desfășura numai pe cale electrochimică, suprafața prelucrată ar avea un aspect puternic denivelat, datorită vitezei diferite de dizolvare anodică a componentelor structurale. Suprapunerea procesului abraziv peste cel electrochimic, conduce la nivelarea suprafeței prelucrate, prin îndepărtarea carburilor care au viteză redusă de disociere. Urmele de prelucrare direcționate, ce se observă clar pe fotografiile din fig. 2, demonstrează faptul că discul abraziv cu diamant nu are numai rolul de depasivare forțată mecanică a straturilor pasive groase formate în procesul de dizolvare anodică specific electrolizei, ci are și un rol efectiv de așchiere.

Rugozitatea suprafețelor rectificate (ascuțite) electrochimic-abraziv este dictată, în principal, de aportul componentelor electrochimică și abrazivă ale procesului, precum și de structura ciclului de lucru. Se observă că la desfășurarea procesului într-o singură fază electrochimică-abrazivă, la valori mari ale tensiunii de lucru $U$, adică la un aport crescut al componentei electrochimice a procesului, urmele de prelucrare direcționate nu se mai disting, ca urmare a straturilor pasive groase ce se formează și nu mai pot fi îndepărtate eficient de către discul abraziv. Aceasta face ca rugozitatea aparentă a suprafețelor prelucrate să fie mai mică. În schimb, dacă procesul conține, în final, și o fază numai abrazivă de scurtă durată (cîteva treceri sau curse duble), indiferent de aportul componentei electrochimice din faza electrochimică-abrazivă, rugozitatea suprafețelor prelucrate este sensibil mai scăzută decît la desfășurarea procesului într-o sin-

gură fază, ca urmare a atenuării efectului disocierii anodice diferențiate a părților componente ale aliajelor dure sinterizate.

Această concluzie prezintă o importanță cu totul deosebită, sugerînd ideea că se pot utiliza și parametri electrici ($U$, $I$) mai ridicați ce conduc la creșterea aportului componentei electrochimice, avînd ca efect creșterea vitezei de îndepărtare a materialului (productivitatea prelucrării), în condițiile obținerii unor rugozități satisfăcătoare pentru scopul propus. Cele arătate trebuie avute în vedere atît în exploatarea instalațiilor de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă, cît și în concepția și proiectarea acestora, la stabilirea rațională a gamelor de reglaj a parametrilor de lucru și a structurii ciclului de lucru.

*Primită la 15 decembrie 1979*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mașini-unelte și scule*
*și*
*Catedra de fizică*

## BIBLIOGRAFIE

1. Becher—Barbrock U., Dissertation, T.H. Aachen, 1966.
2. Gherghel N., Plăhteanu B., Zetu D., Condrea I., *Prelucrarea în condiții de contact constante, ca metodologie de cercetare experimentală a proceselor de rectificare electrochimică-abrazivă.* Lucrările conferinței „Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini", vol. III, Galați, 1977, pp. 99—102.
3. Gherghel N., Condrea I., Zetu D., Plăhteanu B., Ilieș D., *Dispozitiv pentru abrazarea cu apăsare constantă.* Invenție caracterizată, Dosar OSIM nr. *89581.*
4. Gherghel N., Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1979.
5. Marten K. H., Dissertation, T.U. Braunschweig, 1967.
6. Pálka V., Békés J., *Quality and Life of P20 Grade Sintered Carbide Tool Edges after Electrolytic and Mechanical Diamand Grinding.* Ind. Diamand Rev., **29**, *346*, 361—366 (1969).

## CONSIDÉRATIONS SUR L'ASPECT, LA STRUCTURE ET LE MODE DE FORMATION DES SURFACES USINEÉS À LA RECTIFICATION ÉLECTROCHIMIQUE-ABRASIVE À PRESSION CONSTANTE DES ALLIAGES DURES SYNTÉRISÉS POUR LA COUPÉE DES MÉTALS

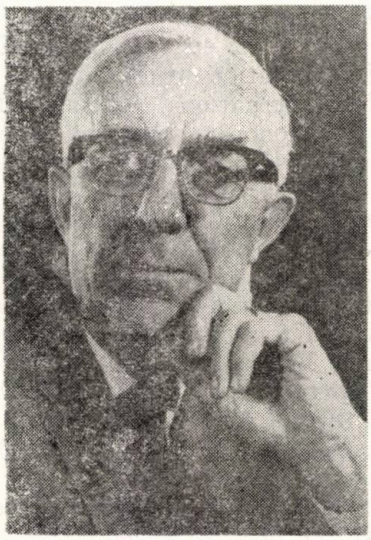
(Résumé)

On présente les résultats des recherches expérimentales effectuées à la Chaire des Machines-Outils de l'Institut Polytechnique de Iassy, en liaison avec l'influence de l'apport de la composante électrochimique du processus et de la structure du cycle de travail sur l'aspect, la structure et le mode de formation des surfaces à la rectification (l'aiquisée) électrochimique-abrasive à pression constante avec des disques abrasives à diamant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

# ERNST RUDOLPH GEORG ECKERT

## PROFESSOR AT UNIVERSITY OF MINNESOTA



This year we celebrate the seventy fifth anniversary of professor E.R.G. Eckert's birth, tireless champion of international scientific cooperation.

Professor E.R.G. Eckert was born on September 13, 1904 in Prague. In the capital of Czechoslovakia, in 1927, he obtains the title of diplomat engineer, and in 1931 that of Doctor in engineering. Till 1945 he worked in Czechoslovakia, at the German Institute of Technology of Prague, at the Institute of Technology in Braunschweig, where he assumed the position of docent, and at the Aeronautical Research Establishment (LFA).

Ever since there, professor E.R.G. Eckert, distinguished himself as one of the greatest personalities of the world in the domain of heat transmission. His studies concerning emissivity measurements of carbon dioxide-nitrogen mixtures over a range of partial pressures and gas layer thicknesses. Also of that period are his researches concerning forced convection over external surfaces. He is the forerunner of the researches about heat transfer coefficient for high speed flow. In recognition of his contributions to this field, the dimensionless quantity measuring the temperature increase due to adiabatic compression, is called the Eckert number.

In 1945, professor E c k e r t leaves for the U.S.A. where, for the period 1945—1951 he was a consultant of various great companies and laboratories. In 1951 he was appointed professor at the University of Minnesota and he is still working there today.

During his first years in the U.S.A., professor E c k e r t designed and constructed an interferometer Mach-Zehnder, laying the basis of an important research center in the field of heat transfer as well as in the problem of heat and mass transfer.

Profesor E c k e r t published a great number of research books of great originality as well as an important number of works concerning heat and mass transfer (*Introduction to the Transfer of Heat and Mass*, 1950; *Heat and Mass Transfer*, 1959; *Introduction to Heat and Mass Transfer*, 1963; *Analysis of Heat and Mass Transfer*, 1972 etc.). Professor E c k e r t is also a representative promotor of cooperation in the field of heat and mass transfer. He is the founder of the „International Journal of Heat and Mass Transfer" and the Chairman of the Honorary Editorial Advisory Board. He carried on a tireless activity in preparing the congresses and many other international meetings, being respected by all the specialists in this field.

Professor E c k e r t is the first specialist in the world who, in 1961, was awarded the Max-Jakob Medal. The Institute of Energy and Combustion of Paris awarded him the Gold Medal in 1967, and in 1966 he was appointed Regents' Professor of the University of Minnesota. He is a member of many societies and national and foreign professional organizations and Doctor Honoris Causa of many Universities.

Since 1973, professor E c k e r t has been Doctor Honoris Causa of the Polytechnical Institute of Iași, for his great contributions in the field of heat and mass transfer, as well as for the development of international cooperation.

We conclude by saying that we are honoured to have met professor E c k e r t and that we are pleased to have this opportunity to wish him many more happy returns and much success in his activity.

*Prof. Dr. Eng. M. Gafițanu*

Coli tipar 7,25

Tiparul executat sub cd. 16
la Întreprinderea poligrafică Iaşi
str. 7 Noiembrie nr. 49
REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

1980 OKT 9

40822